

問題7 電磁気学 (100点)

以下の問い(問1～問4)に答えよ。

問1 次の文を読んで、設問(1)～(3)に答えよ。

- (1) 真空中のマクスウェル方程式：(a) 電場についてのガウスの法則，(b) 磁場についてのガウスの法則，(c) ファラデーの電磁誘導の法則，(d) アンペール-マクスウェルの法則の微分形を、国際単位系(SI)で記せ。その際、電場ベクトルは \mathbf{E} ，磁束密度ベクトルは \mathbf{B} ，電荷密度は ρ ，電流密度ベクトルは \mathbf{i} ，真空中の誘電率は ϵ_0 ，真空中の透磁率は μ_0 とせよ。
- (2) $\rho = 0$ ， $\mathbf{i} = \mathbf{0}$ として，(c)の式と(d)の式から \mathbf{E} を変数消去し， \mathbf{B} に対する波動方程式を求めよ。解答用紙には途中計算も記せ。
- (3) (2) で得た波動方程式に平面波の式 $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$ を代入して，この平面波の伝わる速さを求めよ。ただし， \mathbf{B}_0 と \mathbf{k} (波数ベクトル) は定数ベクトル， ω (角周波数) は定数， \mathbf{r} は位置ベクトル， t は時間とする。解答用紙には途中計算も記せ。

問2 磁束密度 B [T] の一様磁場中で，陽子が速さ v [m/s] でサイクロトロン運動している。陽子の速度の磁場平行成分はゼロとする。このとき，以下の設問(1)，設問(2)に答えよ。解答用紙には途中計算も記せ。

- (1) この陽子のサイクロトロン運動の周期 T [s] を， B ，陽子の質量 m [kg]，陽子の電荷 q [C] を用いて表せ。
- (2) $B = 4.8 \times 10^{-7}$ [T] の一様磁場中での陽子のサイクロトロン運動の運動エネルギーが $\mathcal{E} = 1.6 \times 10^{-14}$ [J] のとき， $m = 1.7 \times 10^{-27}$ [kg]， $q = 1.6 \times 10^{-19}$ [C] として，このサイクロトロン運動の半径 R [m] を求めよ。

問3 次の文を読んで，設問(1)，設問(2)に答えよ。

- (1) 線電荷密度 β で一様に帯電した長さ無限の直線を考える。この直線が作る電場の大きさ E の表式を，直線からの距離 r の関数として求めよ。解答用紙には途中計算も記せ。
- (2) 直交座標系の z 軸に平行な長さ無限の直線2本がある。1本目は線電荷密度が λ で $(0, 0, 0)$ の位置を通り，2本目は線電荷密度が 5λ で $(0, a, 0)$ の位置を通る (λ ， a は正の定数)。このとき，以下の設問(2a)，設問(2b)に答えよ。解答用紙には途中計算も記せ。
 - (2a) 1本目が2本目から受ける力 \mathbf{F} の3成分 F_x ， F_y ， F_z の表式を求めよ。
 - (2b) z 軸に平行な長さ無限の直線をもう1本置くことで，3本の直線のどれに加わるクーロン力もゼロであるようにしたい。その直線が通るべき xy 平面上の位置 (上記の例のように (x, y, z) の形で記せ) を求めよ。また，その直線の線電荷密度を求めよ。

(次ページに続く)