

問題 12 物理数学 (125 点)

以下の問い(問 1~問 4)に答えよ。

問 1 ベクトル $\vec{\omega} = \omega \cos \theta \vec{j} + \omega \sin \theta \vec{k}$ とベクトル $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ の外積 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ を求めよ。ここで、 ω と θ は定数とする。また、 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ はデカルト座標系における x, y, z 方向の単位ベクトルである。

問 2 問 1 で求めたベクトル \vec{v} の回転 (rotation) を求めよ。

問 3 2次元デカルト座標系 (x, y) を原点の周りに θ 回転させて座標系 (x', y') を得た。この座標変換を表す行列 T を記せ。求める過程も図を用いて明瞭に示すこと。次に、この行列の逆行列 T^{-1} を求めよ。また、逆行列 T^{-1} はどのような座標変換に対応するかを述べよ。

問 4 行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -6 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

の固有値と固有ベクトルを求めよ。固有ベクトルは規格化せよ。