

平成 17 年度
九州大学大学院理学府
修士課程地球惑星科学専攻
入学試験問題

(全 25 ページ)
(500 点)

注意事項

(1) この問題冊子には、合計 15 題が出題されている。

問題 1 層序学・堆積学、	問題 2 構造地質学、	問題 3 古生物学・古環境学、
問題 4 岩石学、	問題 5 鉱物学、	問題 6 基礎化学、
問題 7 有機化学、	問題 8 地球化学、	問題 9 熱力学、
問題 10 力学、	問題 11 電磁気学、	問題 12 物理数学、
問題 13 大気科学、	問題 14 固体地球物理学、	問題 15 宇宙空間物理学

(2) 第 1 志望・第 2 志望ともに、岩石循環科学、地球進化史、古環境学、初期太陽系進化学、有機宇宙地球化学、希元素地球化学、地球惑星物質科学、地球惑星博物学の各専門分野を志望する受験生は、15 問題の中から任意に 4 問題を選択すること。

(3) 第 1 志望または第 2 志望で、太陽地球系物理学、宇宙地球電磁気学、中層大気科学、対流圏科学、地球流体力学、固体地球惑星力学、地球内部ダイナミクス、観測地震・火山学の各専門分野を志望する受験生は、問題 9～問題 12（上記の下線を引いた問題）の中から少なくとも 2 問題を含む、合計 4 問題を選択すること。下線を引いた問題以外から 3 問題以上選択した場合は、2 問題のみを有効とし、他の解答問題は無効（0 点）とするので注意すること。

(4) 解答はそれぞれ別の解答用紙に書くこと（裏面使用可）。

(5) それぞれの解答用紙には、受験番号、氏名、選択した問題の番号を記入すること。

(6) この問題冊子は持ち帰ってよい。

問題1 層序学・堆積学 (125点)

以下の問い(問1～問3)に答えよ。

問1 続成作用に関する次の文章中の空所(ア)～(ク)に最もよくあてはまる用語を下の語群から選んで、その記号を答えよ。

堆積直後の堆積物は一般に多量の(ア)を含み、軟らかい。いっぽう、砂岩や泥岩は未固結の砂や泥に比べて密度が高く、硬い。両者の間には物性や岩石学的性質に明らかな差が認められ、(イ)・時間経過とともに堆積物の性質が連続的に変化していくことがわかる。この堆積後の変化にはさまざまな現象が含まれるが、一括して続成作用とよばれる。

続成作用の過程で生じる変化を明らかにする手法のひとつに、天然の堆積岩の性質の変化の観察がある。続成過程で生じる現象として、堆積物の間隙が減少し、その密度が増加する(ウ)、構成粒子を互いに結びつけ、間隙を埋めていく(エ)、すでに存在する鉱物結晶がより大きな結晶として成長する(オ)、構成鉱物の化学的性質の違いによって起こる差別的溶解、新たな鉱物が生成する(カ)などの諸作用がある。これらはいずれも堆積物と堆積岩を観察し、それらを比較して明らかにされた現象である。たとえば、砂岩を鏡下観察すると、さまざまな粒度の砂粒子が相互に入り組みあいながら、その間を埋めている基質とともに、砂岩を形成していることがわかる。砂粒子が(ウ)を受けると、粒子あたりの接触点の数や接触面積が(キ)し、ついには砂粒子どうしが互いに密着して凹凸関係や縫合関係をもつようになる。これは、粒子どうしの接触部に応力が集中した場合、間隙水が十分にあれば、その部分は選択的に溶解が進むことの結果と考えられている。凹凸関係や縫合関係ができるのは、圧力を受けながら溶解が進むためとされており、この変化過程は(ク)とよばれる。

語群

- a. 有機物 b. 再結晶 c. 圧密 d. 水 e. 溶脱 f. 淘汰作用 g. 圧力溶解作用
h. 地下深部への埋没 i. 膠結 j. 増加 k. 減少 l. 水和 m. 自生 n. 生物遺骸
o. 栄養塩

問2 次の用語(ア)～(ウ)を説明せよ。解答には図を用いてもよい。

(ア) 遠洋性堆積物

(イ) オーソコートサイト

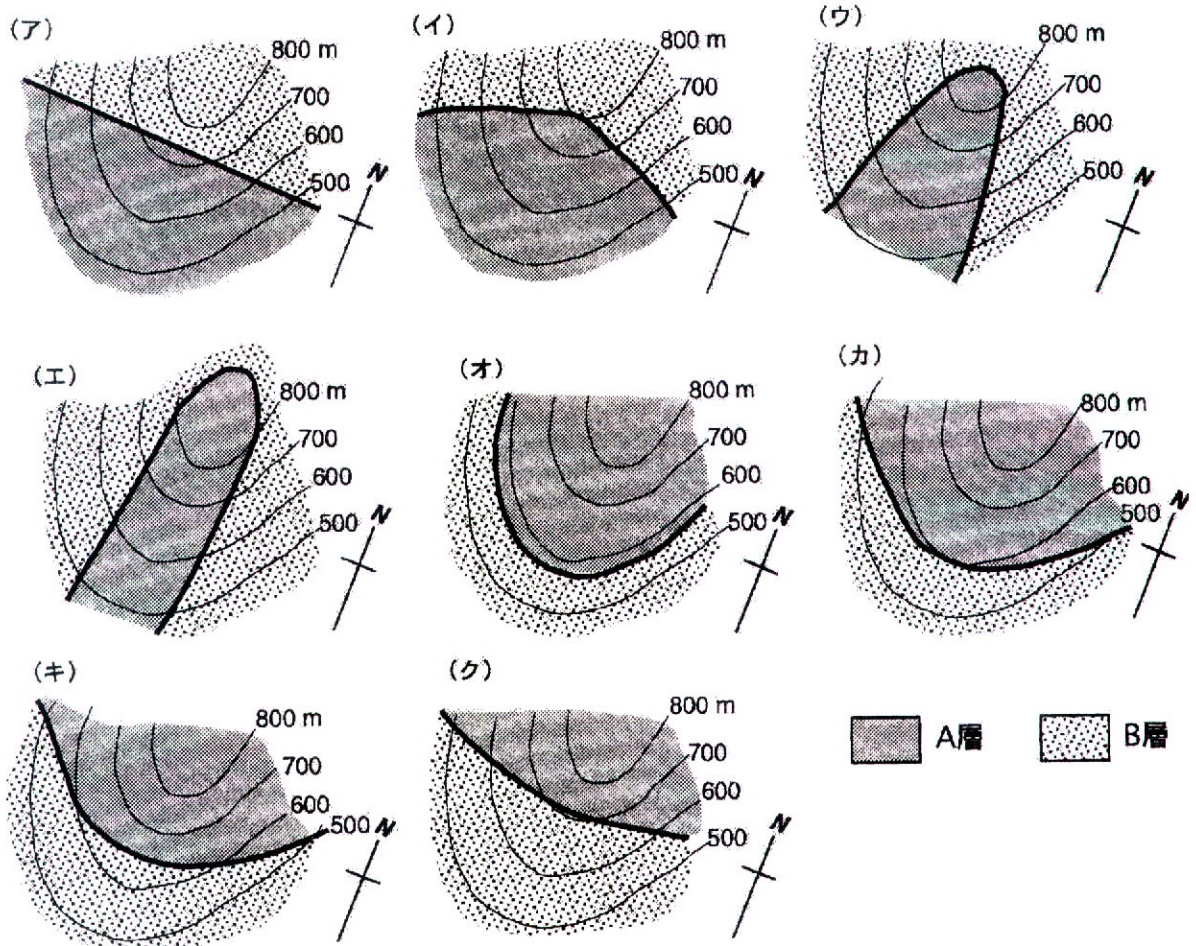
(ウ) コンポリュート葉理

(次ページに続く)

(問題1の続き)

問3 互いに整合的な関係にあるふたつの地層 (A層、B層) の分布を示す地質図 (ア) ~ (ク) について、次の設問 (1) ~ (4) に答えよ。太い実線および細い実線は、それぞれA・B層の地層境界線、等高線である。解答には、記号 (ア) ~ (ク) を用いよ。

- (1) 地層境界が鉛直であることを示す地質図を選べ。
- (2) 地層境界が水平であることを示す地質図を選べ。
- (3) 地層境界が南に傾斜していることを示す地質図をすべて選べ。
- (4) 地層境界が北に傾斜していることを示す地質図のなかで、地層境界の傾斜が最も高角度であるものを選べ。



問題2 構造地質学 (125点)

以下の問い(問1、問2)に答えよ。

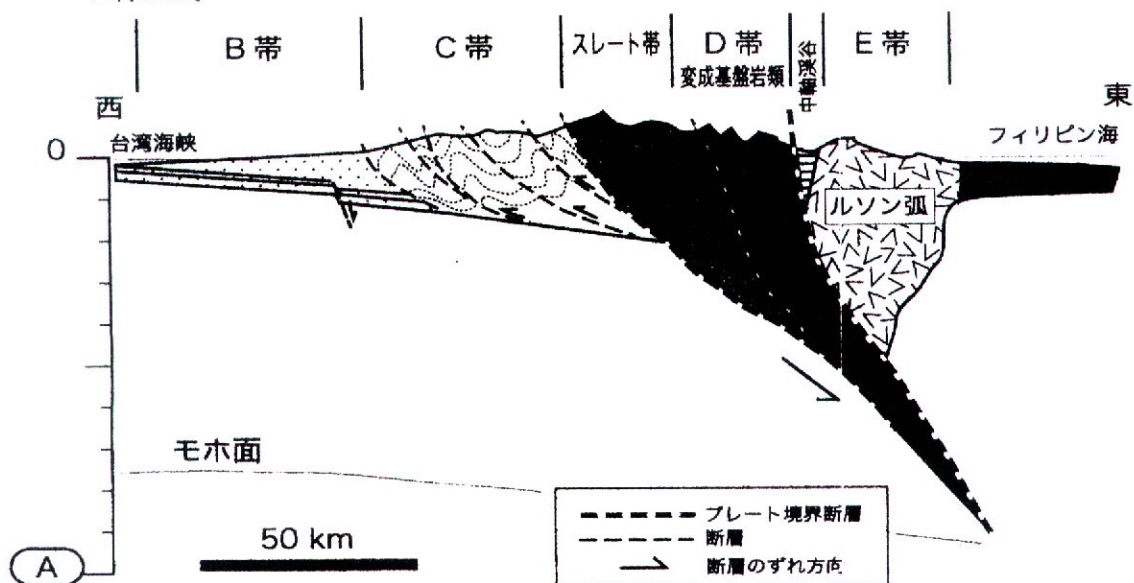
問1 以下の説明文(1)~(5)中の(A)~(H)について、適切な語句または数値を記入せよ。

- (1) 地下深部ではそれ以浅の岩石の重さに相当する大きな(A)が働いて、岩石を圧縮破壊するには非常に大きな応力が必要である。しかし、(B)が岩石中の粒子間隙や割れ目に存在すると、岩石の強度が低下し、比較的小さな力でも破壊が起こりやすくなる。
- (2) 岩石に応力をかけるとき、岩石内部のある面に垂直に働いている応力を(C)、平行に働いている応力を(D)とよぶ。また、主応力とはその面にかかる(D)の値が0となるときの(C)のことである。
- (3) 大陸地殻と海洋地殻を構成する物質の年代は大きく異なる。現在、大陸地殻を形成する最古の岩石の年代は約(E)億年であり、海洋底に残る海洋地殻の最古の年代は1.8億年である。
- (4) 地球は2.5億年前に形成された超大陸(F)が分裂した後、それぞれの大陸の移動により現在のような大陸分布になっている。地球史において、大陸の分裂から移動、衝突の一連のサイクルを(G)サイクルとよぶ。
- (5) 中間主応力[σ_2]が垂直方向の地域では横ずれ断層が発達し、最大主応力[σ_1]が垂直方向の地域では(H)断層が発達する。

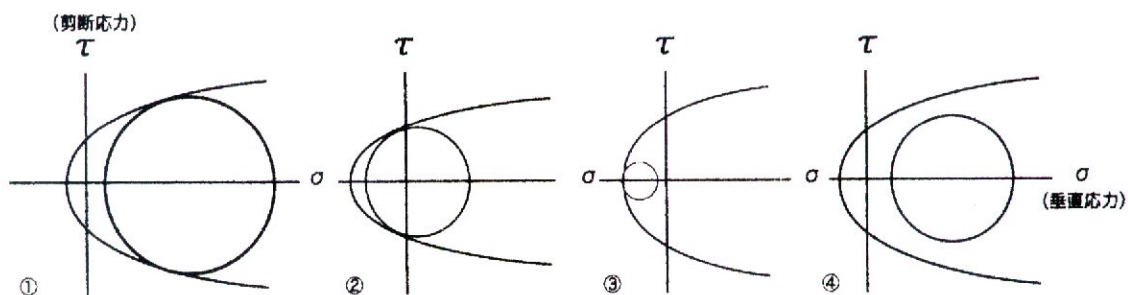
(次ページに続く)

(問題 2 の続き)

問 2 図は代表的な大陸・島弧衝突帯である台湾中部の東西断面図である。以下の問い(1)~(5)に答えよ。



- (1) 図の左のスケールは深度を表している。A の値を以下の数値から選択せよ。ただし、断面図の縦横比は変えて表示している。
10 km, 50 km, 100 km, 150 km, 200 km, 500 km
- (2) B帯とC帯についての、地質学的な一般名称を次の中から選択せよ。
foreland basin, forearc basin, back-arc basin, pull-apart basin, horst and graben, greenstone belt, metamorphic core complex, fold and thrust belt
- (3) D帯の上昇史を解明するにはどの場所のどのようなことに注目して調査を行うとよいか。150~250字程度で答えよ。
- (4) E帯は衝突したルソン弧を示している。E帯で露出している代表的な構成岩石を以下の中から三つ選択せよ。
角閃岩、火山角礫岩、ヘンマ岩、石灰岩、石英質砂岩、枕状溶岩、シュードタキライト、結晶片岩、放散虫チャート
- (5) 以下の図は、岩石の破壊状態を包絡線（モールの破壊線）とモール円で示した図である。C帯の断層が形成された時、以下のどのモールの状態で破壊が起こったと考えられるか。①~④のうち一つを選び、簡潔に理由も述べよ。



問題3 古生物学・古環境学 (125点)

以下の問い(問1、問2)に答えよ。

問1 同じ時間・同じ空間に生息していたことが分かっている2つの化石集団(A、B)があり、A、Bを含む分類群は全て有性生殖を行う。A、Bの多数の形質を比較したところ幾つかの形質でA、Bに有意の差があることが分かった。以下の設問(1)~(4)に答えよ。

(1) 次の文章を読み、()内に当てはまる最も適当な語句を語群(a)~(g)から選び、文章を完成させよ。解答は記号で答えよ。

有性生殖とはエンドウマメや(イ)など雌雄の性が分化した生物で、雌雄の個体より生じた(ロ)が受精を行うことによって子孫を残す生殖法である。一方、(ロ)が関係しない生殖法の総称を無性生殖という。有性、無性両方の生殖を行う生物としては(ハ)、(ニ)などがあり、これらの生物では孢子や(ホ)、出芽などで子孫を残すことができる。

<語群>

- (a) 四射サンゴ (b) 体細胞 (c) 染色体 (d) 分裂 (e) 配偶子 (f) アンモナイト
(g) 有孔虫

(2) 有性生殖を行う生物に関する種の定義を100字程度で述べよ。

(3) A、Bが異なる2種と判定されるのはどういう場合か。100字程度で説明せよ。

(4) A、Bが種内の2型と考えられるのはどういう場合か。100字程度で説明せよ。

問2 第四紀における地球規模の周期的な気候変動に関連して、以下の設問(1)~(3)に答えよ。

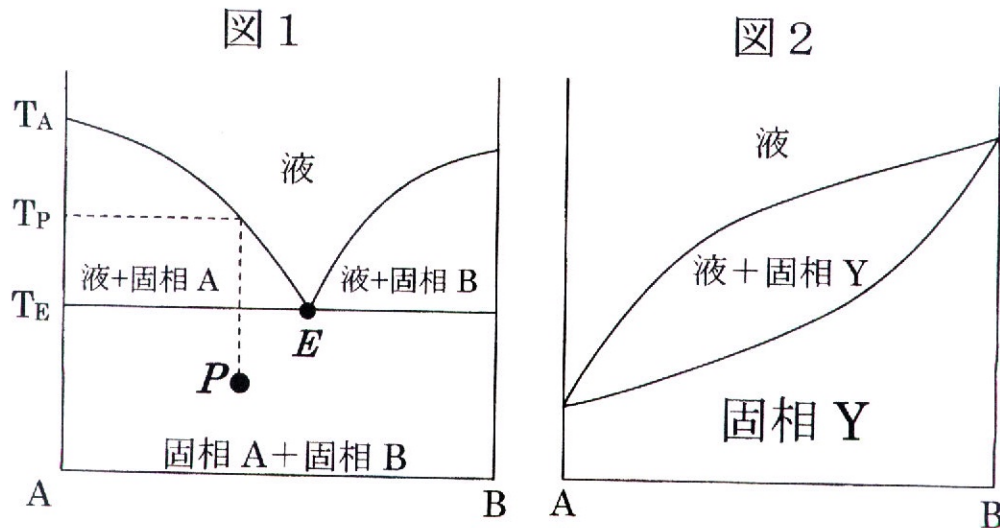
(1) 気候変動の原因のひとつとして考えられているミランコヴィッチサイクルについて、その3つの主な周期をあげよ。

(2) ダンスガード・オシュガーサイクルについて、その周期と成因について述べよ。

(3) 気候変動は様々な規模の海水準の変動をもたらしたと考えられている。その海水準の変動を示す事象をひとつあげ、説明せよ。

問題4 岩石学 (125点)

下の2つの図は、2成分系の相平衡図（横軸が成分濃度、縦軸が温度）である。以下の問い（問1～問6）に答えよ。



問1 図1は、何と呼ばれる系か。また、点Eは何と呼ばれるか。

問2 図2の固相Yは何と呼ばれるか。また、図1の固相領域との違いを説明せよ。

問3 地球の構成物質で、図1、図2のような相平衡図になる例をそれぞれひとつ挙げて、AとBに対応する化学式を記せ。

問4 図1または図2のいずれかを用いて、この原理について説明せよ。また、この原理が成り立つことを証明せよ（解答には、適宜、図と式を用いて、わかりやすく説明すること）。

問5 図1において、点Pの物質が分別融解する過程について説明せよ。

問6 図2の場合で、AとBがそれぞれ50%ずつ混合した液体が結晶化するとき、分別結晶作用が起こる場合と平衡結晶作用が起こる場合について、固相と液の化学組成の変化は、どのように異なってくるか説明せよ（図を用いて説明すること）。

問題5 鉱物学 (125点)

以下の問い(問1, 問2)に答えよ。

問1 以下の文章を読んで、問(1), (2)に答えよ。

固体結晶中での原子配列は主として、電子の挙動による原子間結合の強さと指向性で決まり、電子のエネルギーが著しく低下する強い結合は、共有結合、金属結合、イオン結合の3つである。ケイ酸塩鉱物は、イオン結合と共有結合で成り立ち、陽イオンとイオン結合する陰イオンは、多くの場合、 O^{2-} イオンである。イオン半径は、純粋にイオン結合した結晶内の原子間距離から、構成するイオンが固有の半径を持つ球であるとして求められる。配位数は、ある原子の回りの最も近い等価な位置にある原子の数で、図1は4, 6, 8配位を示す模式図である。ケイ酸塩造岩鉱物の基本構造単位である SiO_4 正四面体で、 Si^{4+} は4つの O^{2-} に囲まれた4配位状態にある。実際の鉱物中のSi-O原子間距離は、共有結合的性質の存在により、 Si^{4+} と O^{2-} のイオン半径の和より、小さく観察される。

陽イオンと陰イオンの2種類の原子がイオン結合した結晶の例として、図2にNaCl型(B1)とCsCl型(B2)の結晶構造の模式断面図を示す。陽イオンと陰イオンが同じ大きさである場合、CsCl型構造は、NaCl型構造よりイオン球の空間充填率が高く、高密度の多形として出現する可能性がある。

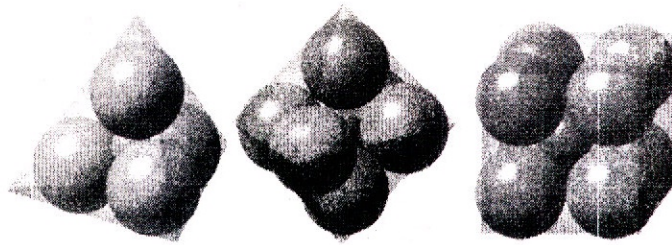


図1 4, 6, 8配位(左から順に)の原子配列を示す模式図

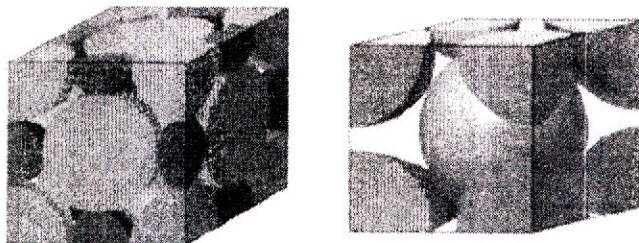


図2 NaCl型構造(左)とCsCl型構造(右)の模式断面図

- (1) 主要な造岩鉱物で観察される陽イオンの酸素配位数は、 Si^{4+} (4配位)、 Ti^{4+} 、 Mg^{2+} (6配位)、 Ca^{2+} (6から8配位)、 K^{+} (8から12配位)である。これらによって示される配位数と陽イオン半径の関係を指摘し、その理由を解説せよ。
- (2) 陽イオンと陰イオンが同じ大きさである場合、CsCl型構造とNaCl型構造のイオン球による空間充填率を、それぞれに求めよ。計算経過を含めて、有効数字3桁で解答せよ。
(必要なら $\sqrt{2}=1.41$ 、 $\sqrt{3}=1.73$ を用いよ。)

(次ページに続く)

(問題5の続き)

問2 以下の問(1)～(3)に答えよ。

- (1) Braggの回折条件は、格子面に対する入射角が θ の時、面間隔 d (lattice spacing) 離れた格子面によるX線の行路差が、X線の波長(λ)の整数倍として導くことができる。下図から必要な線を解答用紙に書き写し、X-O-RとX'-O'-R'の行路差を計算して、Braggの式を導け。

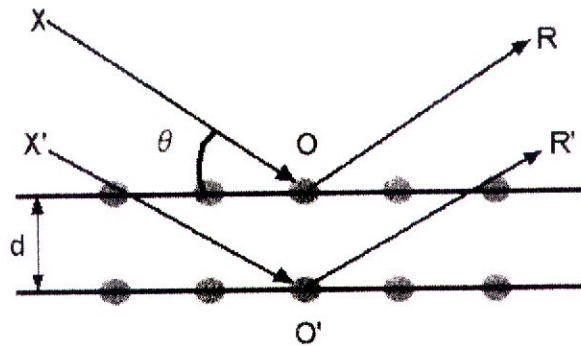


図3 結晶格子によるX線の回折

- (2) すべての結晶構造には、平行六面体の単位格子 (unit lattice) を基本とした原子配列の繰り返し周期がある。最も対称性の低い三斜晶系を特徴づけるために、3方向の繰り返し周期である a_0, b_0, c_0 とそれぞれのなす角 α, β, γ の6つの格子定数 (lattice constant) が必要である (図4)。対称性が高い結晶系では、単位格子の a_0, b_0, c_0 と α, β, γ が、特定の関係に制限されている。斜方晶系に属する結晶の a_0, b_0, c_0 と α, β, γ の関係を表す式を書け。

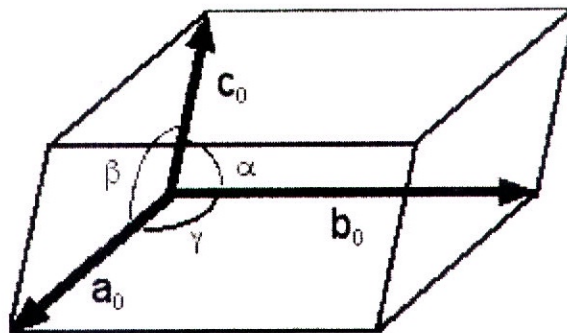
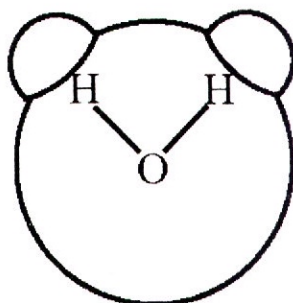


図4 単位格子 (単位胞)

- (3) 斜方晶系をとる結晶の例を一つあげ、その化学組成、産状を解説せよ。

問題6 基礎化学 (125点)

下の図は水 (H_2O) の分子構造をあらわしたものである。その説明を述べた以下の文章を読んで、以下の問い (1) ~ (7) に答えよ。



酸素原子の電子配置は、基底状態ではフントの規則に従って 2 つの 2p 軌道に 1 個ずつ電子が配置された状態である。一方、水素原子には電子が 1 個しかないので、基底状態では 1s 軌道に配置されている。酸素原子の 2p 軌道と水素原子の 1s 軌道から分子軌道が形成され、そのうちの結合性分子軌道に電子が 2 個配置されることで、O-H 結合が生じる。(a)酸素原子の 2p 軌道と水素原子の 1s 軌道はエネルギー準位がほぼ同程度なので、この結合はかなり安定である。もう一つの酸素原子の 2p 軌道が別の水素原子の 1s 軌道と同じように結合することで水の分子が形成される。

O-H 結合における電子の分布は均等ではない。酸素と水素の (X) を比べると酸素のほうが大きいので、電子は酸素側により引き寄せられた分布であることがわかる。この偏った電子分布のため、水素原子はわずかに正電荷 (δ^+) を帯び、酸素原子はわずかに負電荷 (δ^-) を帯びる。この状態を O-H 結合が分極しているという。水分子は直線構造を示さないことから、2 つの O-H 結合の分極は互いに打ち消しあうことがなく、分子全体としても極性を持っている。

- (1) 酸素原子は電子を 8 個持っている。基底状態の酸素の電子配置をイオウの例にならって示せ。イオウ (S) : $(1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^2(3p)^4$
- (2) 「ひとつの原子 (あるいは分子) に属するいかなる 2 つの電子も同じ状態をとることはできない」と述べたパウリの排他律にもとづいて、ひとつの分子軌道に電子を 3 個配置することができないことを簡潔に説明せよ。

(次ページに続く)

(問題6の続き)

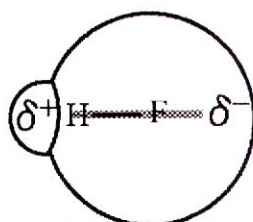
(3) 下線部(a)で述べたように、水素原子の1s軌道のエネルギー準位と酸素原子の2p軌道のエネルギー準位がほぼ同じであることから、酸素原子の1s軌道のエネルギー準位はこれらよりずっと低いことがわかる。同じ1s軌道であるのに、両者のエネルギー準位に大きな差がある理由を簡潔に説明せよ。

(4) Xに入る適切な用語を以下の中から選べ。

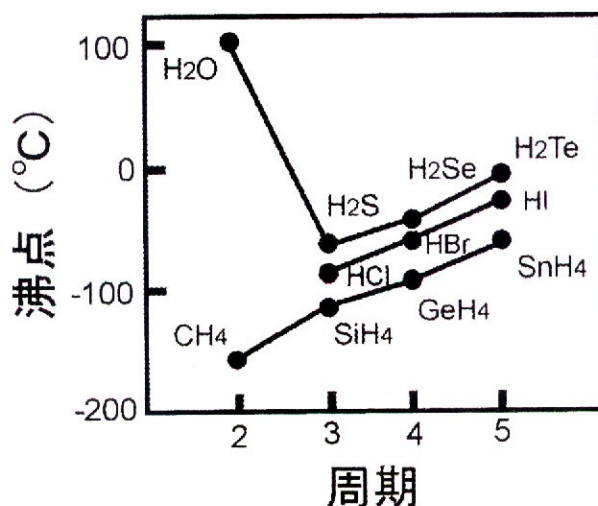
イオン化エネルギー 電気陰性度 電子親和力 原子半径 原子価

(5) 水分子が直線構造をとらない理由を、簡潔に説明せよ。

(6) 分子の極性は、正電荷(δ^+)と負電荷(δ^-)を直線の両端に持つ双極子で近似して示すことができる。下の図は、フッ化水素(HF)分子について、分子全体の極性を双極子で示したものである。この例にならって、水(H₂O)分子全体の極性を解答用紙に図示せよ。



(7) 下の図はいくつかの水素化合物の沸点をグラフに示したもので、横軸にはその元素が属する周期をとり、同じ族の元素の沸点を線で結んである。この図を見ると、水(H₂O)の沸点が一般的な傾向から期待される温度より、かなり高いことがわかる。これをもとにして、フッ化水素(HF)の沸点を推定せよ。どのように考えて推定したかを合わせて説明すること。



問題7 有機化学 (125点)

以下の問い(問1、問2)に答えよ。

問1 ある有機化合物を完全に燃焼させ、分子式の決定を試みた。すると、この分子の元素組成は炭素が72.4%、水素が13.8%、酸素が13.8%であり、他の原子は含まれていなかった。また、この分子は水酸基を1つだけ含み、その他の酸素官能基は含まれないことがわかった。以下の問い(1)～(4)について解答せよ。

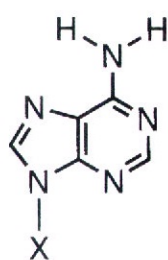
- (1) この分子の分子式を求めよ。なお原子量は炭素が12、水素が1、酸素が16で計算せよ。
- (2) 上記の情報と分子式から、この化合物には様々な異性体を考えることができる。これらのうち、炭素鎖が枝分かれを持たない、水酸基の位置のみが異なる幾何異性体が4つある。その4つの構造式を解答欄に示せ。
- (3) (2)の中で、キラルな炭素を持ち、光学異性体が生じるような化合物の構造式を解答欄に1つ示し、キラルな炭素を構造式上に○で示せ。
- (4) この分子を官能基の特徴に注目して分析する場合に、最も有効である分析法は以下の4つのうちどれか。記号を示せ。またその理由を説明せよ。
(ア) 核磁気共鳴法 (イ) 赤外分光法 (ウ) 質量分析法
(エ) 紫外分光法

(次ページに続く)

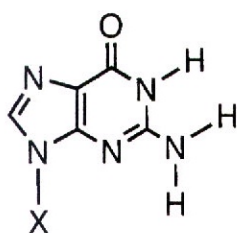
(問題 7 の続き)

問 2 有機化合物が生体高分子そして生体そのものを形づくる上で重要なことは、原子間の結合力だけではなく、より小さな力が分子間や分子内にはたらいて構造をつくることである。その典型的な例が水素結合である。遺伝子本体の DNA や RNA の塩基対形成では、水素結合が重要な役割をはたしている。以下の問い (1) ~ (3) に答えよ。

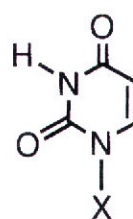
- (1) 小さな有機分子でも、水素結合が分子の性質を示す上で重要な場合がある。例えば、カルボン酸は水素結合により二量体として存在する。酢酸の二量体の構造を解答用紙に図示せよ。但し、水素結合の存在を点線で示すこと。
- (2) RNA を構成する核酸塩基部分の構造を下の図に示す。塩基対はアデノシンとウリジン、グアノシンとシチジンの間で形成する。グアノシンとシチジンの塩基対形成を解答欄に図示せよ。(1) に同じく、水素結合の存在を点線で示すこと。
- (3) 水素結合に着目すると、アデノシンとウリジンの塩基対の特徴は、グアノシンとシチジンのものと異なる。(2) と同様にして、アデノシンとウリジンの塩基対形成を解答欄に図示し、グアノシンとシチジンの塩基対との違いを説明せよ。



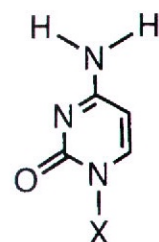
アデノシン



グアノシン



ウリジン



シチジン

(X はリボース)

問題8 地球化学 (125点)

以下の問い(問1、問2)に答えよ。

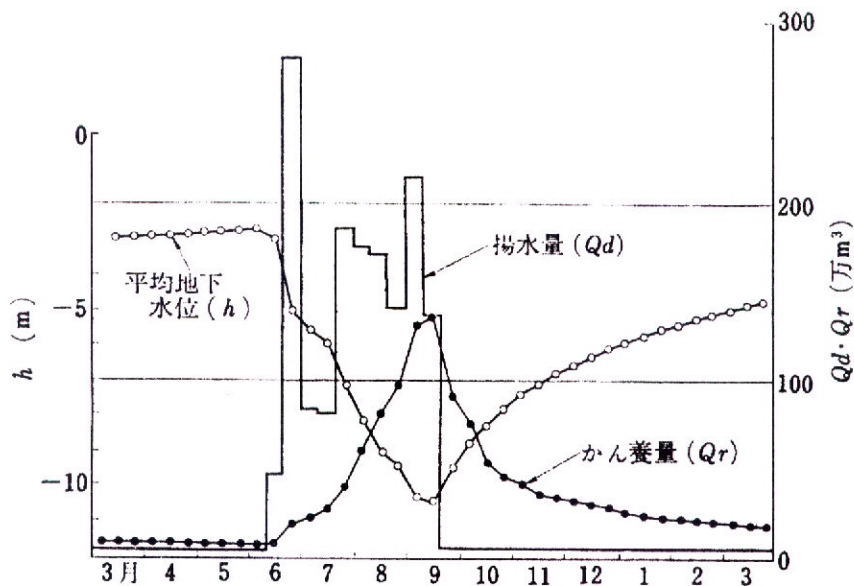
問1 放射性同位元素 ^{14}C は 5730 年の半減期で ^{14}N に崩壊する。 ^{14}C は成層圏で宇宙線と大気原子との核反応で生成され、その後酸化され二酸化炭素となり、他の炭素と同様に地球の炭素循環に組み込まれる。植物は光合成により炭素を植物中に取り込む。しかし、枯れた後は植物は新たに ^{14}C を取り込めないため、植物が化石になるにつれ $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ は減少する。化石中の $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ を測定することにより、その植物が枯れた時期を推定できる。このことについて、以下の問い (a)~(d) に答えよ。

- (a) ^{14}C の原子核に含まれる陽子数と中性子数を記せ。
- (b) 下線部の核反応の崩壊形式を記せ。
- (c) ある植物化石中の $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ を測定したところ、その植物が生存していた時の $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ の $1/3$ であることがわかった。植物が枯れたのは何年前と推定されるか。計算式およびその結果を有効数字 2 桁で記せ。ただし、枯れてからは植物は炭素に関して閉鎖系を保つとし、 $\log_e 2 = 0.693$ 、 $\log_e 3 = 1.098$ である。
- (d) 最近では化石燃料(石油など)の燃焼による二酸化炭素が著しく増加し、大気中の二酸化炭素の $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ が年々変化していると考えられている。どうして化石燃料燃焼により $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ が変化するか、理由を簡潔に記せ。

(次のページに続く)

(問題 8 の続き)

問2 ある地域の地下水の平均水位は、井戸や農業用水等としてその地域から流出した水量(揚水量)と、降雨、河川や近傍の地下水体等からその地域に供給される水量(かん養量)の差に従って変動する。下の図は、佐賀県白石平野のある1年間の地下水の水収支を示したものである。この地域のかん養量のほとんどは、近傍の地下水体から供給され、他の供給源の寄与は無視できるとする。このことについて、以下の問い (a)、(b) に答えよ。



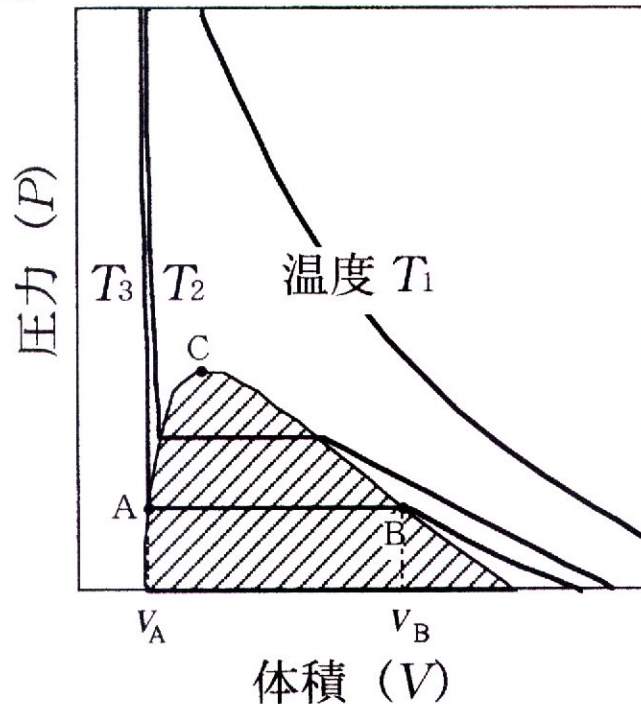
- (a) 6月から9月にかけて平均地下水位が減少したのはなぜか。理由を簡潔に説明せよ。
- (b) 9月から翌年3月にかけて平均地下水位は増加傾向にあるが、その増加が最初は急でその後緩やかな曲線になるのはなぜか、簡潔に説明せよ。同時期のかん養量が、最初は急にその後緩やかに減少する理由を説明しても良い。

ただし、近傍の地下水体の平均地下水位は、この地域の3~5月期の平均地下水位と同じであり、また、この地域への地下水の流入速度は、この地域と近傍の平均地下水位の差に比例するとせよ。

問題9 熱力学 (125点)

以下の問い (問1, 問2) に答えよ。

問1 下図は1成分系の1モルの気体の圧力と体積の関係を示している。3つの曲線は温度 T_1, T_2, T_3 の等温線である。斜線の領域は凝縮相 (液体) と気体の2相領域を示す。気体の状態変化について次の (a)~(e) の問いに答えよ。



- (a) 温度 T_1, T_2, T_3 のうちもっとも温度が高いのはどれか。
- (b) 状態 A の液体と状態 B の気体が平衡である時の条件を示せ。
- (c) 1モルあたりの気化熱を L とおくと、状態 A の1モルの液体と状態 B の1モルの気体のエントロピー差を求めよ。
- (d) 液体と気体が共存する温度・圧力を結んだ曲線の傾き, dP/dT を与える式を L を用いて表せ。ただし, A と B の体積を V_A, V_B とおく。
- (e) 2相領域を除く領域の等温線がファン・デル・ワールスの状態方程式, $(P + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$ で表現できる時, $a = \frac{9}{8}RT_C V_C, b = \frac{V_C}{3}$ となることを示せ。ただし, T_C, V_C はそれぞれ臨界点 (点 C) の温度, モル体積である。

(次ページに続く)

(問題 9 の続き)

問 2 準静変化での内部エネルギー (U) の微少変量 (dU) は次のように与えられる。 $dU = TdS - PdV$ 。また、エンタルピー (H) は $H = U + PV$ と定義される。これらをもとに次の (a)~(c) の問いに答えよ。

(a) 次の 2 式が成立することを示せ。

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V \quad \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P$$

(b) 次の 2 式が成立することを示せ。ただし、 C_p は定圧モル比熱、 n はモル数である。

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P = n C_p \quad \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = \frac{n C_p}{T}$$

(c) ギブスの自由エネルギー (G) は $G = U + PV - TS$ と定義される。圧力が一定の時、任意の温度 (T) でのギブスの自由エネルギーを、温度 T_0 におけるエンタルピー (H_0)、エントロピー (S_0) および、 C_p 、 T 、 dT 、積分記号 \int を用いて表せ。

問題10 力学 (125点)

以下の問い (問1～問3) に答えよ。万有引力定数は G とする。ベクトルは文字の上に矢印 $\vec{\quad}$ をつけて表すことにする。

問1 質量 m の質点Pの位置ベクトルを \vec{r} 、質量 M の質点Qの位置ベクトルを \vec{R} とする。質点Pが質点Qに及ぼす万有引力のベクトルを \vec{F} とすると、その大きさ $F = |\vec{F}|$ は

$$F = \frac{GmM}{|\vec{r} - \vec{R}|^2}$$

という式で与えられる。ベクトル \vec{F} を G 、 m 、 M 、 \vec{r} 、 \vec{R} を用いて表せ。

問2 次の文の [ア] に当てはまる式を G 、 $\rho(\vec{r})$ 、 \vec{r} 、 \vec{R} を用いて表せ。

物質がある領域 V の中で分布していて、その密度が位置ベクトル \vec{r} の関数 $\rho(\vec{r})$ で与えられているとする。領域外の物質による重力は無視できるものとする。慣性系で位置ベクトルが \vec{R} である点における重力加速度 $\vec{g}(\vec{R})$ を重積分で表すと

$$\vec{g}(\vec{R}) = \iiint_V [\text{ア}] dV$$

となる。ここで dV は \vec{r} の3次元の体積要素である(\vec{r} のデカルト座標を x 、 y 、 z とするととき $dV = dx dy dz$ である)。

(次ページに続く)

(問題10の続き)

問3 半径 R_p の球対称の天体を考える。天体に固定された座標系は慣性系であるとする。天体の中心からの距離を R 、半径 R の球内に含まれる質量を $M(R)$ で表す。中心からの距離 R の位置での重力加速度の大きさ (絶対値) は

$$g(R) = \frac{GM(R)}{R^2}$$

という式で与えられる。天体の物質の密度が $0 \leq R \leq R_c$ では ρ_c 、 $R_c < R \leq R_p$ では ρ_m に等しいとしよう。ここで ρ_m と ρ_c はそれぞれ正の定数である。 $R_p < R$ の領域は真空とする。

- (1) この天体の重力加速度の大きさ $g(R)$ を $0 \leq R \leq R_c$ 、 $R_c < R \leq R_p$ および $R_p < R$ のそれぞれの領域で求めよ。解答は G 、 ρ_m 、 ρ_c 、 R_c 、 R_p および R の内で必要なものを用いて表せ。
- (2) 無限遠 $R = \infty$ を基準にとるとき、重力による単位質量の質点の位置エネルギー (ポテンシャル) Ψ を半径 R の関数として求めるためにはどのような定積分をすればよいか。定積分の式を $g(R)$ 、 R 、 dR 、 ∞ および積分記号 \int を用いて表せ。
- (3) この積分の計算を実行して Ψ を $0 \leq R \leq R_c$ 、 $R_c < R \leq R_p$ および $R_p < R$ のそれぞれの領域で求めよ。解答は G 、 ρ_m 、 ρ_c 、 R_c 、 R_p および R の内で必要なものを用いて表せ。

問題 11 電磁気学 (125 点)

以下の問い (問 1~問 4) に答えよ。

問 1 マクスウェルの方程式 (微分形) を書け。

問 2 真電荷と伝導電流が存在しない (すなわち、電荷密度と電流密度がゼロの) 真空中における電場と磁場を考える。真空中では以下の関係が成り立つ。

$$D = \epsilon_0 E, \quad B = \mu_0 H.$$

ここで、 E は電場、 D は電束密度、 H は磁場の強さ、 B は磁束密度、 ϵ_0 と μ_0 はそれぞれ真空の誘電率と透磁率である。この関係式とマクスウェルの方程式から E と H についての波動方程式を導け。また、それぞれの波動が伝わる速さを記せ。尚、必要があったら、任意のベクトル A について成り立つ恒等式

$$\nabla \times (\nabla \times A) = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A$$

を用いよ。

問 3 ポインティング・ベクトルとは何か説明せよ。

問 4 静電容量 C_1 , C_2 のふたつのコンデンサーをそれぞれ電圧 V_1 , V_2 に充電してある。これについて次の問い (1)~(3) に答えよ。

(1) ふたつのコンデンサーの静電エネルギーの和はいくらか。

(2) ふたつのコンデンサーを並列に接続したとき、電圧はいくらか。

(3) (2) のときの全体の静電エネルギーはいくらか。

また、この値は (1) の値と比べて大きいか小さいか。

問題 12 物理数学 (125 点)

以下の問い(問 1~問 4)に答えよ。

問 1 ベクトル $\vec{\omega} = \omega \cos \theta \vec{j} + \omega \sin \theta \vec{k}$ とベクトル $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ の外積 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ を求めよ。ここで、 ω と θ は定数とする。また、 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ はデカルト座標系における x, y, z 方向の単位ベクトルである。

問 2 問 1 で求めたベクトル \vec{v} の回転(rotation)を求めよ。

問 3 2次元デカルト座標系 (x, y) を原点の周りに θ 回転させて座標系 (x', y') を得た。この座標変換を表す行列 T を記せ。求める過程も図を用いて明瞭に示すこと。次に、この行列の逆行列 T^{-1} を求めよ。また、逆行列 T^{-1} はどのような座標変換に対応するかを述べよ。

問 4 行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -6 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

の固有値と固有ベクトルを求めよ。固有ベクトルは規格化せよ。

問題 13 大気科学 (125 点)

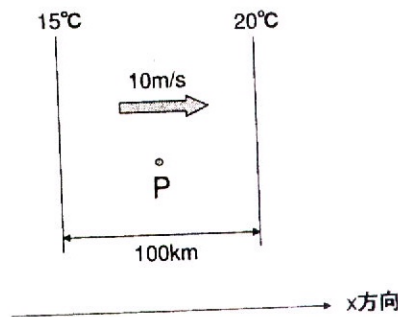
以下の問い(問1~問5)に答えよ。

- 問1 1次元空間 x における任意の物理量を A とする。すなわち, t を時間とするととき, $A = A(x, t)$ とする。このとき, Lagrange 表現と Euler 表現の関係,

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + u \frac{\partial A}{\partial x} \quad (1)$$

を証明せよ。ただし, u は x 方向の風速を表す。

- 問2 下図は気温(等値線)と風(矢印)の等圧面上での水平分布を示している。 x 方向は東西方向で, 従って風は一様な東西風 10m/s , 気温は 100km で 5°C の一様な東西傾度を持っている。南北風, 鉛直流はゼロである。このとき(1)式における物理量を気温 T として, P点における3つの項の大きさを示せ(符号にも注意すること)。ただし断熱過程を仮定する。



- 問3 静止した大気中を空気塊が乾燥断熱的に鉛直方向(z 方向)に変位する場合を考える。 $dT/dz = -g/C_p$ (g は重力加速度, C_p は空気の定圧比熱)を用いて, 気温の時間変化 dT/dt を記述する式を求めよ。必要なら鉛直速度 $w \equiv dz/dt$ を用いよ。

- 問4 上の過程における保存量を式で表せ。

- 問5 空気塊が湿潤断熱的に鉛直方向に変位するとき, 空気塊の温度変化(湿潤断熱減率)は乾燥断熱減率とは異なる。気温の減少する割合は一般にどちらが大きいか。また気圧が同じ時, 気温によって湿潤断熱減率はどのように変わるか。

問題 14 固体地球物理学 (125 点)

プレート運動に関する以下の問い (問 1 ~ 問 3) に答えよ。

問 1 以下の語句をそれぞれ 150 字以内で説明せよ。必要があれば図を補足的に用いてもよい。

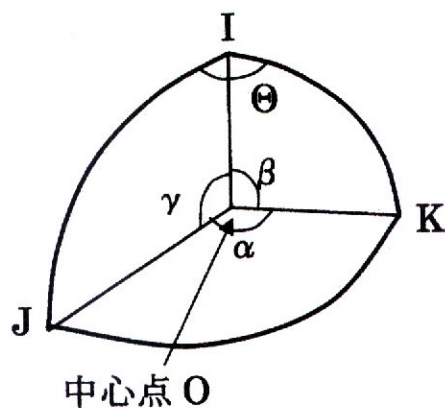
- (1) トランスフォーム断層
- (2) スラブ引張り力
- (3) VLBI (very long baseline interferometry)

問 2 球面上のプレート運動を論じる際、球面三角法がよく用いられる。下図のような球面上の三角形 IJK と球の中心点 O を考える。図のように、球面上の三角形の辺に相当する中心角を α , β , γ 、辺 IJ と辺 IK に挟まれた球面上の三角形の角度を Θ で表すと、

$$\cos \alpha = \cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos \Theta$$

の関係が成り立つ。

今、回転極 (オイラー極) P (ϕ_P , λ_P)、プレート運動速度を求めたい地点 X (ϕ , λ) という球面上の 2 点を考える。カッコ内の変数は 1 番目が緯度、2 番目が経度であり、単位は $^{\circ}$ である。以下の設問 (1) ~ (4) に答えよ。



(次ページに続く)

(問題 14 の続き)

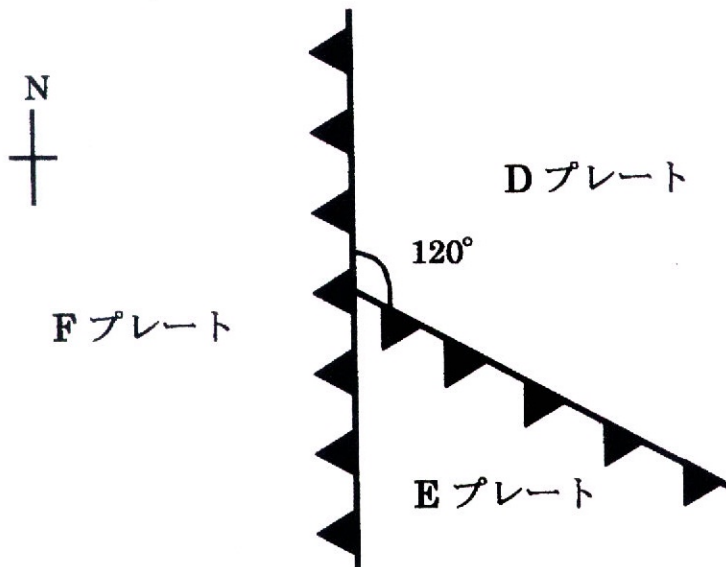
- (1) 回転極 P、地点 X がともに北半球にあり、 $\lambda > \lambda_P$ である場合を考える。P と地点 X のなす中心角を Δ とするとき、

$$\cos \Delta = \sin \phi \sin \phi_P + \cos \phi \cos \phi_P \cos(\lambda - \lambda_P)$$

となることを示せ。

- (2) A プレート-B プレートの回転極 P が (45° N, 80° W)、地点 X が (30° N, 50° W) のとき、球面上の 2 点間の最短距離を \cos^{-1} を用いて表せ。
- (3) 回転極 P と地点 X のなす中心角 Δ 、回転極 P の周りの角速度 ω 、地球の半径 R を用いて、地点 X での相対運動速度の大きさを表せ。
- (4) A プレート-B プレートの角速度は $1.8^\circ / \text{Myr}$ (M は 10^6 を表す) である。(2) の地点 X での相対運動速度の大きさを、単位を cm/yr として、有効数字 2 ケタで求めよ。ただし、地球の半径は 6400km 、 $\sqrt{2}=1.4$ 、 $\sqrt{3}=1.7$ 、 $\sqrt{5}=2.2$ 、 $\sqrt{7}=2.6$ とする。

- 問 3 下図のような海溝-海溝-海溝型の三重会合点に関する相対運動を考える。D プレートが E プレートに対して、方位角 (北から時計回りに測った角度) 210° の方向に 5.0 cm/yr の速度で沈み込み、E プレートは F プレートに対して、方位角 270° の方向に 5.0 cm/yr の速度で沈み込んでいる。以下の設問 (1) ~ (3) に答えよ。



- (1) D プレートが F プレートの下に沈み込むときの相対運動速度ベクトルの大きさを、有効数字 2 ケタで求めよ。
- (2) (1) の相対運動速度ベクトルの方位角を求めよ。
- (3) 三重会合点が南北走向の海溝に沿って移動する速度を、有効数字 2 ケタで求めよ。

問題 15 宇宙空間物理学 (125点)

温度 T の黒体の単位面積当たり毎秒放出されるエネルギーは (σT^4) で表される。ただし、 σ はステファン・ボルツマン定数 $(5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4})$ で、太陽や惑星は黒体であるとみなす。以下の問い (問 1~問 4) に答えよ。また、解答の根拠となった計算式も書け。

問 1 今、太陽表面 (光球) 温度を 5780K 、太陽半径を $6.96 \times 10^8 \text{ m}$ とすると、太陽の輝度 (全表面から単位時間当たり放出するエネルギー) はいくらか。有効数字 3 桁で答えよ。

問 2 太陽定数 (C_s) は、地球軌道 ($1\text{AU} = 1.50 \times 10^{11} \text{ m}$) 上の単位面積・単位時間当たりの太陽の熱放射エネルギーで表される。太陽定数はいくらか。有効数字 3 桁で答えよ。

問 3 地球の平衡温度 (T_E) は、地球の昼側全面に降り注ぐ太陽からの熱放射エネルギーと平衡温度 (T_E) である地球から宇宙空間へ放射される全熱エネルギーとのバランスで決まる。太陽からの熱放射エネルギーが地球により反射される割合 (アルビード) を考慮した平衡式から求めた地球の平衡温度が 255K であったとすると、アルビードは何%であるか。ただし、小数点 1 桁目を四捨五入した値を求めよ。

問 4 太陽から R 天文単位の距離にある惑星の平衡温度 T_R は、惑星の大きさに関係なく $T_E/R^{1/2}$ になることを示せ。ただし、惑星のアルビードは地球の値と等しいと仮定する。