平成 18 年度
九州大学大学院理学府
修士課程地球惑星科学専攻
入学試験問題

(全 15 ページ)

(300 点)

注意事項

(1)この問題冊子には、合計 9 題が出題されている。

問題１　地質学	問題２　古環境学・古生物学	問題３　岩石学・鉱物学
問題４　一般化学	問題５　地球化学	問題６　熱力学
問題７　力学	問題８　電磁気学	問題９　物理数学

(2)第１志望・第２志望ともに、岩石循環科学、地球進化史、古環境学、初期太陽系進化学、有機宇宙地球化学、希元素地球化学、地球惑星物質科学、地球惑星博物学の各専門分野を志望する受験生は、９問題の中から任意に３問題を選択すること。

(3) 第１志望または第２志望で、太陽地球系物理学、宇宙地球電磁気学、中層大気科学、対流圏科学、地球流体力学、固体地球惑星力学、地球内部ダイナミクス、観測地震・火山学の各専門分野を志望する受験生は、問題６～問題９ (上記の下線を引いた問題) の中から少なくとも２問題を含む、合計３問題を選択すること。下線を引いた問題以外から２問題以上選択した場合は、１問題のみを有効とし、他の解答問題は無効 (0 点) とするので注意すること。

(4)解答はそれぞれ別の解答用紙に書くこと (裏面使用可)。

(5)それぞれの解答用紙には、受験番号、氏名、選択した問題の番号を記入すること。

(6)この問題冊子は持ち帰ってよい。

問題1　地質学（100点）

以下の**問1**～**問3**に答えよ。

問1　次の文章を読んで，設問（1）～（4）に答えよ．

地質系統には界，系，階の区分がある．このなかで系や階は，ある地域で観察できる一連の地層を比較の基準にして定義することになっている．実際に，系と階を定義するために照合の基準として選ばれた一連の地層を標準層序とよび，それが露出している地域を標準地域とよんでいる．今日使われている標準地域の多くが（　ア　）各地に置かれている．

標準地域の層序を基準として地球の歴史の流れを区切ったものを年代層序区分という．年代層序区分の単位は，本来は地質時代という時間の流れの区分であるから，ひとたび標準地域を離れると，地層の（　イ　）や層厚といった問題とはまったく無関係である．たとえば白亜系が，厚いチョーク層として認識されるのは，白亜系が最初に定義されたパリ盆地の標準地域だけで可能である．その他の地域では，（　イ　）や層厚に関係なく，標準地域の白亜系が堆積し始めた時間と堆積が終わった時間の間に堆積した地層であることが確かめられれば，それを白亜系とよび，その地域における年代層序区分の単位とする．

したがって，ある地域の年代層序区分をつくるためには，標準層序が区切る地球の歴史の時間尺度と，その地域の地層の堆積開始から終了までの時間とがどのような関係にあるかを比較する必要がある．２地域の間で，それぞれの場所での地質現象の（　ウ　）が示された場合，それらは対比できるという．対比には，(a) <u>化石</u>や（　エ　）がよく用いられる．

年代層序区分単位をもとにして，そこから抽象的な概念として生まれてくるものに（　オ　）がある．たとえば，ペルム系の標準層序として定義されている地層の堆積開始から終了までの時間をはかったとして，その時間の長さで地質時代の時間の流れを区切ったのがペルム紀である．つまり地質学では，(b) <u>時間区分を表す用語とその時間の流れの間に堆積した地層を表す用語の２つが必要である</u>．

（1）文中の空所（ア）～（オ）に最もよくあてはまる語を次の語群から選んで，記号を記せ．

A．北米，B．鍵層，C．年代区分，D．同時性，E．ヨーロッパ，F．走向・傾斜，G．多発性，H．日本，I．不整合面，J．絶対年代，K．岩相

（2）下線部 (a) のように，対比や地層の層序区分に有効な化石を示準化石という．白亜紀の示準化石として有効な化石を次の語群から選んで，記号を記せ．

A．アンモナイト，B．三葉虫，C．フズリナ，D．筆石，E．コノドント

（3）ある化石が示準化石として有効であるために最も必要とされる条件をひとつあげよ．

（4）下線部 (b) をふまえ，年代層序区分の表記として正しいものを次の語群から選んで記号を記せ．

A．下部ペルム紀，B．ペルム紀古世，C．下部ペルム系，D．ペルム系古世

（次ページに続く）

問２　次の用語（ア）－（ウ）を解説せよ。解答には図を用いてもよい。

（ア）ウーライト，（イ）オーソコーツァイト，（ウ）荷重痕

問３　トランスフォーム境界に関して，設問（１）－（４）に答えよ．

隣接するプレートどうしが横ずれしている境界は，トランスフォーム断層として表現されている．トランスフォーム断層が最も頻繁にみられる中央海嶺付近では，海嶺軸がそれにほぼ直交する無数の断層で切られていることがわかる．これらの断層は断裂帯とよばれている（下図）．

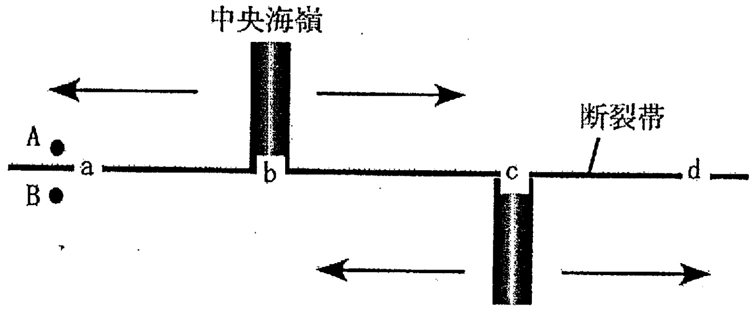


図１　中央海嶺-中央海嶺タイプのトランスフォーム境界の模式図．
矢印は中央海嶺の拡大方向を示す．

（１）　図１の断裂帯に沿う区間で，地震が最も頻繁に発生する区間を下の（ア）－（オ）から選んで，記号で答えよ．

（ア）a－b，（イ）b－c，（ウ）c－d，（エ）a－c，（オ）b－d

（２）　図１のトランスフォーム断層の水平方向の変位センスを答えよ．

（３）　図１で，２つの地点Ａ，Ｂ付近では断裂帯に沿って崖地形が形成されている．この崖地形の成因について述べよ．

（４）　トランスフォーム断層は一般の横ずれ断層とどのような点で区別されるかについて，設問（１）および（２）をふまえて，簡潔に述べよ．

問題2　古環境学・古生物学（100点）

以下の問い（問1～問3）に答えよ。

問1　古生物学に関する，下の用語(a)～(c) を説明せよ。

(a)相同，(b)相似，(c)生痕化石

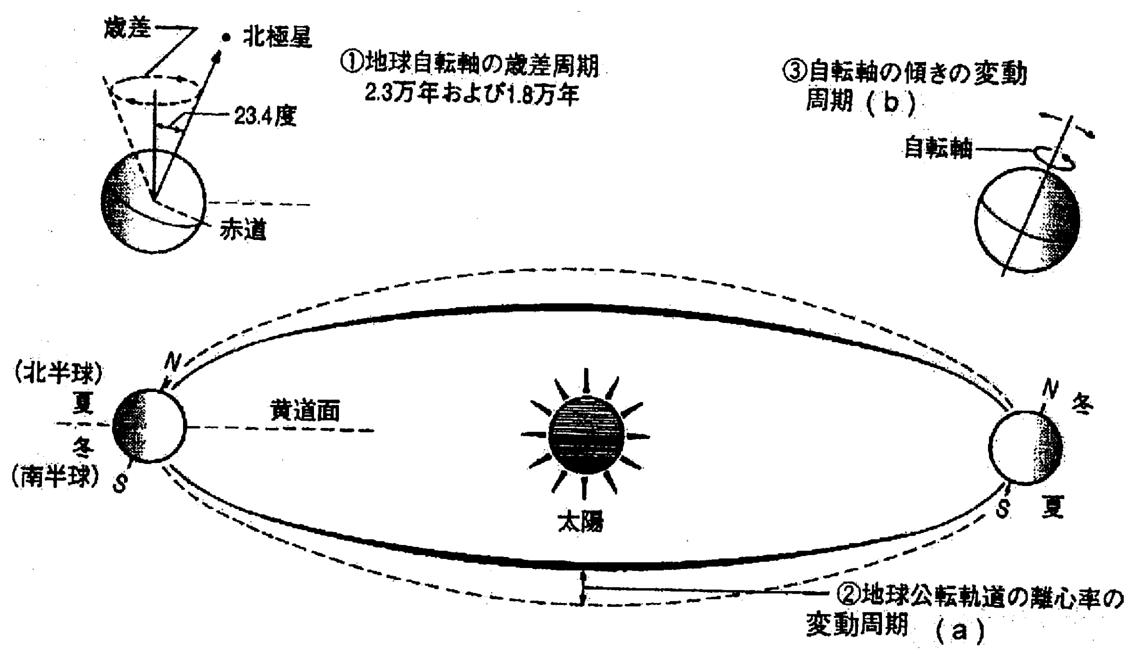
問2　K-T境界における生物の大量絶滅について，以下の問い(a)～(c) に答えよ。

(a) 絶滅の年代を述べよ。

(b) 主な絶滅生物をひとつあげよ。

(c) 絶滅の原因として考えられている仮説のうち，ひとつを説明せよ。

問3　下図は，周期的な気候変動をもたらす原因のひとつとして考えられている，ミランコヴィッチサイクルについての模式図である。以下の問い(ア)～(ウ) に答えよ。



(ア)　地球公転軌道の離心率の変動周期(a)と，自転軸の傾きの変動周期(b)を答えよ。

(イ)　地球の公転軌道の離心率の変動は，なぜ日射量の変動をもたらすのか説明せよ。

(ウ)　自転軸の傾きの変動は，特に高緯度地域の気候の変動に大きな影響を与えていることが知られている。その理由を述べよ。

問題3　岩石学・鉱物学（１００点）

以下の問い（問１，問２）に答えよ。

問１　NaCl 結晶に関する以下の問（1～5）に答えよ。

（1）　NaCl は岩塩型構造から塩化セシウム型構造に相転移することが知られている。その相境界線を図１に示す。このように固体において化学組成が同じで結晶構造が異なる関係にあることを何というか記せ。また他の物質においてこのような関係にある例を１つ挙げよ。

（2）　図２は岩塩型構造と塩化セシウム型構造における単位格子の結晶構造を示している。NaCl が岩塩型構造から塩化セシウム型構造に相転移する際に、どのような配位数変化が起こっているか簡単に説明せよ。

（3）　NaCl の岩塩型構造と塩化セシウム型構造はともに立方晶系であり、相転移圧力における格子定数 a は常温でそれぞれ 0.487nm および 0.300nm である($1nm=10^{-9}m$)。図 2 に示した単位格子の結晶構造を参考に、それぞれの構造における NaCl のモル体積(cm^3/mol)と密度(g/cm^3)を計算せよ。なお Na と Cl の原子量はそれぞれ 23.0 と 35.5、アボガドロ定数は 6.02×10^{23}(mol^{-1})とし、計算の過程を含めて有効数字３桁で解答せよ。

（4）　図１の相境界線をもとに、NaCl の岩塩型構造から塩化セシウム型構造への相転移が吸熱反応であることを説明せよ。

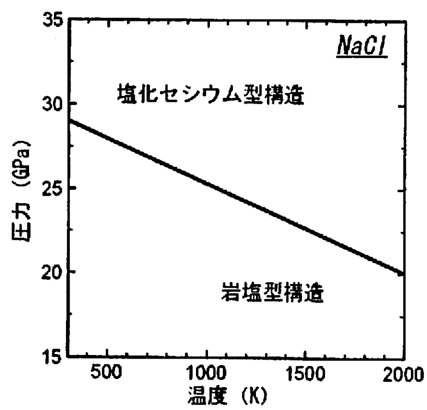


図１　NaCl の相平衡図

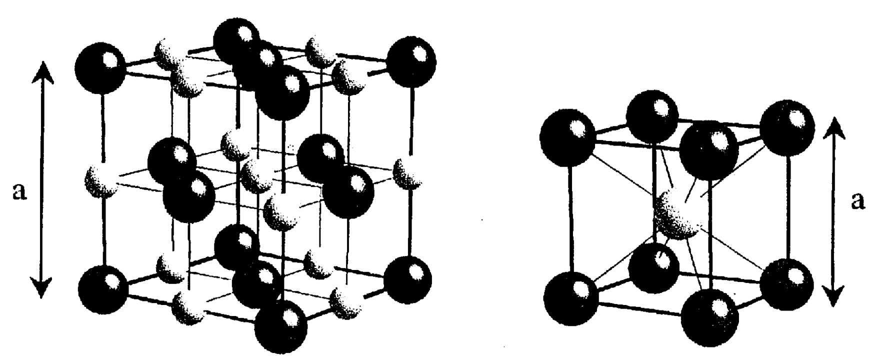


図２　NaCl の岩塩型構造（左）と塩化セシウム型構造（右）。黒丸が Cl^-イオン、白丸が Na^+イオン。イオンの径は単位格子の大きさに比べて縮小されている。

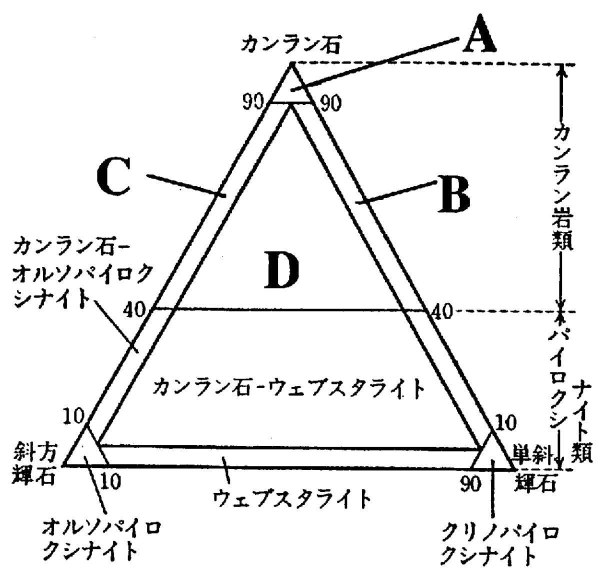
（次ページに続く）

（5）　実在の結晶は完全結晶ではなく種々の欠陥を含んでいる。NaCl のようなイオン結晶における点欠陥の特徴について、以下の語句を用いて簡単に説明せよ。必要であれば図を用いて説明してもよい。

陽イオン空孔、電気的中性、ショットキー欠陥、格子間イオン、フレンケル欠陥

問２　超苦鉄質岩に関する以下の問に答えよ。

（1）　下に示すカンラン石、斜方輝石、単斜輝石からなる超苦鉄質岩の分類図において A～Dの岩石名を答えよ。



（2）　上部マントルの主要構成物質であるカンラン岩はアルカリ玄武岩マグマやキンバーライトマグマ中の捕獲岩として入手できる。そのようなカンラン岩にはカンラン石、斜方輝石、単斜輝石といった主要鉱物の他に、副成分鉱物として斜長石、あるいはクロムスピネル、あるいはザクロ石が含まれている。このようなカンラン岩に含まれる副成分鉱物の違いは何を意味するのか、具体的に説明せよ。

問題4　一般化学（１００点）

以下の問い（問１、問２）に答えよ。

問１　石灰岩（主に炭酸カルシウム）中のカルシウム量を定量する方法として重量法がある。これは，石灰岩を酸性溶液とした後にシュウ酸アンモニウムを加え，溶液を徐々に中性としてシュウ酸カルシウム $Ca(COO)_2 \cdot H_2O$ の沈殿を作り，乾燥，秤量するものである。これに関連する以下の問い（１）～（３）について解答せよ。H, C, O, Ca の原子量はそれぞれ 1, 12, 16, 40 とする。

（１）この実験でシュウ酸カルシウムが 0.75 g 得られたとき，もとの石灰岩には炭酸カルシウムは何 g 含まれていたことになるか。有効数字２けたで計算過程とともに示せ。

（２）重量法以外で溶液中の金属イオン量を定量する一般的な方法について，どのようなものがあるか，手法を簡潔に述べよ。

（３）炭酸カルシウムは中性では水への溶解度が低い。pH 7.0 における飽和炭酸カルシウム溶液の CO_3^{2-} と Ca^{2+} それぞれの濃度を求めたい。以下の（ア）から（ウ）の問いに答えよ。

（ア）炭酸 H_2CO_3 の解離では化学平衡（a1），（a2）が成り立つ。

$$H_2CO_3 \rightleftarrows HCO_3^- + H^+ \qquad (a1)$$

$$HCO_3^- \rightleftarrows CO_3^{2-} + H^+ \qquad (a2)$$

それぞれの式の平衡定数（解離定数）を K_{a1}, K_{a2} とする。K_{a1} と K_{a2} をそれぞれの化学種の濃度に関する式で示せ。

（イ）炭酸カルシウムが溶解したときのカルシウムイオンの濃度と，炭酸イオンから生じる各化学種の濃度の和は等しい。これを式に示せ。

（ウ）難溶性物質については溶解度積というものが定義され，炭酸カルシウムの溶解度積は，

$$Ksp = [Ca^{2+}][CO_3^{2-}] \qquad (a3)$$

で表すことができる。（イ）で示した関係と K_{a1}, K_{a2}, K_{sp} の式を用いて（（イ）で示した関係式をすべて$[CO_3^{2-}]$ に関する式で書き換える）$[CO_3^{2-}]$を求め，さらに$[Ca^{2+}]$を求めよ。その計算過程も示せ。なお炭酸カルシウムの溶解度積は $K_{sp} = 4 \times 10^{-8}$, $K_{a1} = 1 \times 10^{-6}$, $K_{a2} = 1 \times 10^{-10}$ とする。

（次ページに続く）

問２　K（原子番号１９）から Zn（原子番号３０）までの元素の電子配置とイオン化エネルギーに関する以下の問い（１）～（４）に答えよ。なお，各元素の第一イオン化エネルギーのグラフを下に示した。

（１）次の Na（原子番号１１）の元素の電子配置にならって，次の三つの元素（ア）K（イ）Mn（ウ）Fe の電子配置を示せ。

（例）Na　$(1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^1$

（２）Sc（原子番号２１）から Zn（原子番号３０）まで，第一イオン化エネルギーはわずかに増加するが，ほぼ同様の値をとる。これらの元素をまとめて，一般的に何と呼ぶか答えよ。

（３）細かく見ると Zn の第一イオン化エネルギーは，Sc から Cu までの原子に比べやや大きい値をとる。この理由について，Zn の電子配置を基に説明せよ。

（４）Sc から Zn までの第三イオン化エネルギーも，わずかに原子番号の増加とともに増加するが，Fe の第三イオン化エネルギーは，Mn の第三イオン化エネルギーに比べ小さい。Fe^{2+}から Fe^{3+}への変化の際に電子配置がどのように変化するかを考え，第三イオン化エネルギーが，Fe で減少する理由を説明せよ。

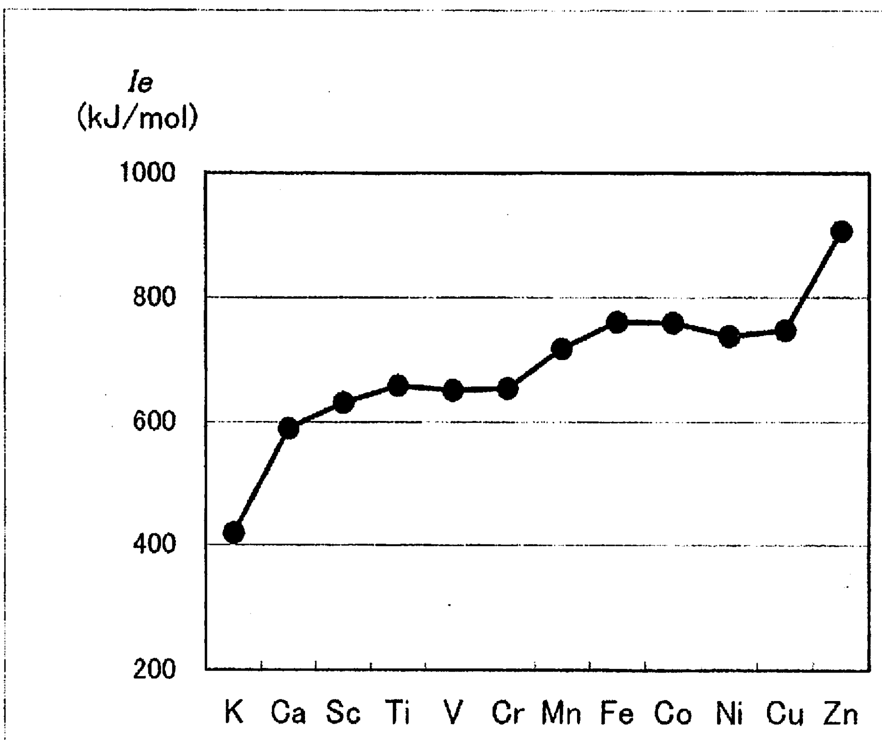
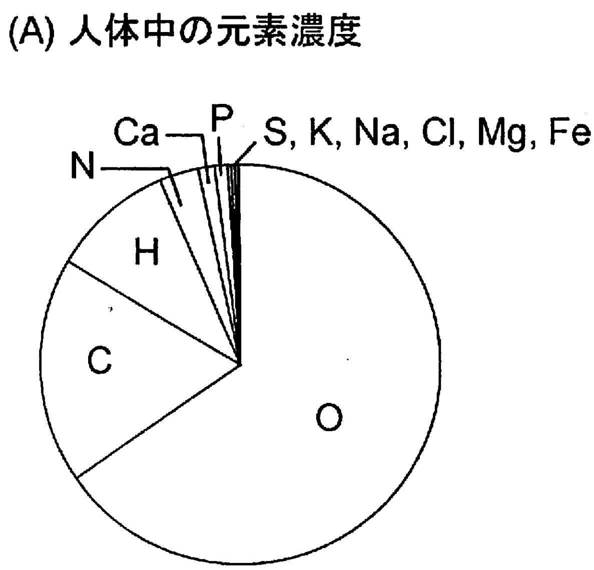


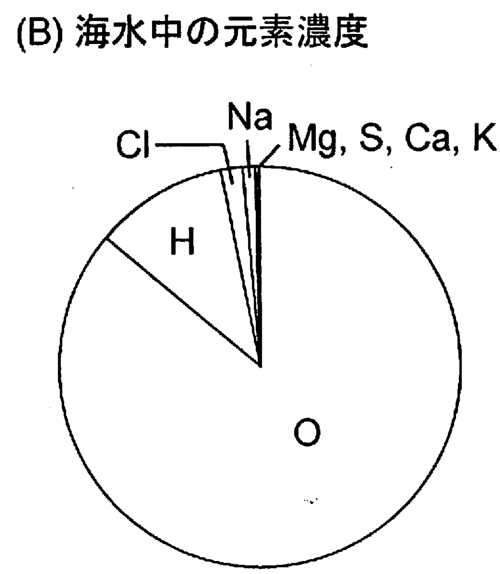
図　各元素の第一イオン化エネルギーIe (kJ/mol)

問題５　地球化学　（100 点）

以下の問い（**問１・問２**）に答えよ。

問１　下に示した円グラフは、人体（A）および海水（B）を構成する元素の重量比を示したものである。このグラフと説明文を参考にして、以下の問い（**１～３**）に答えよ。





生物の細胞液や血液の元素組成が海水と似ていることは、生命が海で発生した一つの証拠と考えられている。カルシウム (Ca), 硫黄 (S), カリウム (K), ナトリウム (Na), 塩素 (Cl), マグネシウム (Mg) は海水中の濃度が高い元素群で、生物はこれらの元素を利用して様々な活動を行っている。これに対して、生体を構成する材料となる炭素 (C), 窒素 (N), リン (P) といった元素は、必ずしも大量に海水に含まれているわけではない。これらの元素からなる有機物が濃集し、さらに何らかの分子進化の過程によってタンパク質、核酸、脂質などの高分子を形成していったことが、生命が発生するための重要な条件となったと考えられている。

（１）海水に様々な元素が溶け込んでいる原因の一つは、火山ガスなどの形で地表にもたらされた揮発性物質が水に溶け込み、酸性になった水が地殻物質と反応してこれを溶解したためであると考えられる。円グラフＢに示した元素のうち、地殻から供給されると考えられる元素を２つあげよ。また、これらの元素に共通する化学的な性質を簡単に述べよ。

（次ページに続く）

（２）次に示す文章は、生体を構成する有機分子に関する説明である。X，Y，Zは、タンパク質、核酸、脂質のいずれかである。適当なものを選んで答えよ。

またA，Bにあてはまる元素名を円グラフAに示した元素から選んで答えよ。

イ）アミノ酸がペプチド結合によってつながった高分子が（ X ）である。システインというアミノ酸は（ A ）原子を介して別のシステインと結合することができ、（ X ）の三次元構造を保持する役割を担っていると考えられている。

ロ）細胞膜は、タンパク質と（ B ）原子を含む（ Y ）から構成されている。（ B ）原子は、遺伝情報を担う分子であるDNAなどの（ Z ）や、エネルギーを伝達する分子であるATPにも含まれており、生体中の濃度は１％程度ではあるが重要な構成元素である。

（３）鉄（Fe）は現在の海水中の濃度が極めて低いにもかかわらず、生体の活動に必須な元素である。このことは、生命が発生した当時の原始海水中には鉄が多く溶解していたことを反映している、という考えがある。原始海水と現在の海水を比べて、鉄の濃度が大きく変動した理由を簡単に説明せよ。

問２　以下の文章は、地球化学的観点から同位体について説明したものである。括弧内（イ～ヘ）に適当な語句を入れて文章を完成させよ。またこの文章を参考にして最後の問いに答えよ。

同位体は、同じ化学元素であるが質量数の異なるものである。言い換えれば、（ イ ）の個数は同じであるが（ ロ ）の個数が異なる原子核を持つ核種同士を、互いにその同位体と呼ぶ。例えば、水素には ^{1}H, ^{2}H（重水素、Dともあらわす），^{3}H（三重水素、Tともあらわす）の３つの同位体があることが知られている。^{3}H はβ崩壊をして ^{3}He になる（ ハ ）同位体であり、^{2}H は放射壊変しない（ ニ ）同位体である。

同位体の化学的性質はほぼ同じであるが、質量の差によって反応性がわずかに異なり、その結果、さまざまな物理化学過程において同位体（ ホ ）作用が見られる。例えば、重水素を含む水（HDO）は軽水素だけからなる水（H_2O）に比べて質量が約５％重いために、（ ヘ ）のほうが蒸発しやすい。

問：山地に降る雨の同位体比が山頂部と山腹部でやや異なっていることを高度効果といい、山間部の地下水がどの高度から流れてきたのかを考えるのに利用される。

このような降雨の高度効果が生じる理由を簡単に説明せよ。

問題6　熱力学（100点）

以下の問い（問1，問2）に答えよ。

問1　定圧モル比熱（C_P），定積モル比熱（C_V）および内部エネルギー（U）の関係について，次の (a)〜(d) の問いに答えよ。

(a)　内部エネルギーを温度 T と体積 V の関数とし，熱力学第一法則を用いて，定積モル比熱が以下のように書けることを示せ。ただし，n はモル数である。

$$C_V = \frac{1}{n}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \tag{1}$$

(b)　定圧モル比熱が以下のように書けることを示せ。ただし，P は圧力である。

$$C_P = C_V + \frac{1}{n}\left\{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right\}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \tag{2}$$

(c)　内部エネルギーの微小変量（dU）を n, C_P, C_V, P, V, dT, dV および次に定義する熱膨張率 α を用いて示せ。$\alpha \equiv \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$

(d)　理想気体の場合，(2) 式は $C_P = C_V + R$（R は気体定数）となることを示せ。

問2　温度 T_0 の H_2O の氷1モルを，温度一定 T_h　（$T_h > T_m$: T_m は氷の融点）の熱源で定圧加熱することを考える。次の (a)〜(d) の問いに答えよ。ただし，氷の1モル当たりの融解熱 L，水の定圧モル比熱 C^{water}，氷の定圧モル比熱 C^{ice} は定数とする。

(a)　熱平衡に至るまでに熱源が与えた熱量を示せ。

(b)　最初と最後の熱源のエントロピー差を求めよ。

(c)　加熱前の氷（温度 T_0）と加熱後の水（温度 T_h）のエントロピー差を求めよ。

(d)　この過程が不可逆過程であることを説明せよ。

問題7　力学（100点）

以下の問い（問1～問3）に答えよ。

問1　半径aの滑らかな球面の頂上に置かれてあった質量mの質点が、1つの鉛直面内の大円に沿って滑り出した（初速度は0と仮定する）。ただし、重力加速度をg、質点と球の中心を結ぶ直線が鉛直上向きとなす角をθとする。

（1）エネルギー保存則を用いて、質点が球から離れる前の速さをθの関数として表せ。

（2）質点が球から離れるときの$\cos\theta$の値を求めよ。

問2　問1の滑らかな球面の代わりに、質点が途中で止まらない程度の摩擦がある球面を考える。その動摩擦係数をμ、質点の速度をvとする。

（1）球面に沿った方向の運動方程式と、質点と球の中心を結ぶ直線方向（法線方向）の力の釣り合いの式を立てよ。ただし、必要な変数、定数は自分で定義せよ。

（2）（1）の式を変形すると、

$$\frac{dv^2}{d\theta} - 2\mu v^2 = 2ag(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

となることを示せ。

（3）問1における質点が球から離れるときのθをθ_1、問2における質点が球から離れるときのθをθ_2とする。問2（2）の式を解くことなく、物理的考察により、θ_1とθ_2の大小関係について述べよ。

問3　問2の質点の代わりに内部の密度が一様な質量m、半径bの小さな球を考える。半径aの固定された球の頂上から半径bの小球が転がり出したとする（初速度は0と仮定する）。ただし、2球の中心を結ぶ直線が鉛直上向きとなす角をθとし、2つの球の間にすべりは全く起こらず、ころがり摩擦はないものとする。半径bの小球のその中心軸のまわりの慣性モーメントは$I = \frac{2}{5}mb^2$と表される。

（1）エネルギー保存の式と、2球の中心を結ぶ直線方向（法線方向）の力の釣り合いの式を立てよ。ただし、必要な変数、定数は自分で定義せよ。

（2）半径bの小球が半径aの球から離れるときの$\cos\theta$の値を求めよ。

問題 8 電磁気学 (100 点)

以下の問い(**問1**、**問2**)に答えよ。

問1 以下の文章の$\boxed{ア}$～$\boxed{テ}$に入る記号、式または語句は何か、答えよ。(同じ記号を複数回使うことがある。解答用紙には途中計算は示さず、解答のみ記すこと。)

(1) 物質中のマックスウェル方程式は以下の通りである:

(a) $\nabla\cdot\boxed{ア} = \rho_e$

(b) $\nabla\cdot\mathbf{B} = 0$

(c) $\nabla\times\boxed{イ} + \dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0}$

(d) $\nabla\times\boxed{ウ} - \dfrac{\partial \boxed{エ}}{\partial t} = \mathbf{j}_e$

ここに、

(e) $\boxed{オ} = \varepsilon_0\boxed{カ} + \mathbf{P}$

(f) $\boxed{キ} = \dfrac{\boxed{ク}}{\mu_0} - \mathbf{M}$

および、$\mathbf{E}$は電場(ベクトル量)、$\mathbf{B}$は磁束密度(ベクトル量)、$\mathbf{D}$は電束密度(ベクトル量)、$\mathbf{H}$は磁場の強さ(ベクトル量)、$\mathbf{P}$は分極ベクトル、$\mathbf{M}$は磁化ベクトル、ρ_eは真電荷密度、$\mathbf{j}_e$は伝導電流密度(ベクトル量)、ε_0は真空中の誘電率、μ_0は真空中の透磁率である。

(2) xyz 座標系の $z<0$の領域 (以下、領域1とする) 全体に磁性体が一様に分布し、$z>0$ の領域 (以下、領域 2 とする) は真空であるものとする。領域 1 には一様な磁束密度ベクトル $\mathbf{B}_1$ が存在するものとする。更に、伝導電流はどこにも流れておらず、全ての物理量は時間変化しないものとする。

(次ページに続く)

このとき、領域 2 での **B** と $\boxed{ウ}$ の値は、以下のようにして計算できる。

まず、$\nabla\cdot\mathbf{B}$ を領域 1 と領域 2 の境界面にまたがる微小な円筒（その 2 つの平行な表面は境界面に平行）内で体積積分し、ガウスの定理を当てはめ、上の (a)〜(d) 式中の (b) 式を使うことにより、**B** の $\boxed{ケ}$ 成分は z=0 で連続であることが判る。また、$\nabla\times\boxed{ウ}$ を領域 1 と領域 2 の境界面にまたがる微小な長方形（そのうちの 2 辺は境界面に平行）内で面積分し、ストークスの定理を当てはめ、上の (a)〜(d) 式中の $\boxed{コ}$ 式を使うことにより、$\boxed{ウ}$ の $\boxed{サ}$ 成分は z=0 で連続であることが判る。

以上の 2 つの境界条件と上の $\boxed{シ}$ 式とを用いることにより、領域 2 での **B** と $\boxed{ウ}$ のベクトル 3 成分を、領域 1 での **B** と $\boxed{ス}$ のベクトル 3 成分を使って表すことが出来、それは以下の通りになる:

$B_{2x}=\boxed{セ}$

$B_{2y}=\boxed{ソ}$

$B_{2z}=\boxed{タ}$

$\boxed{ウ}_{2x}=\boxed{チ}$

$\boxed{ウ}_{2y}=\boxed{ツ}$

$\boxed{ウ}_{2z}=\boxed{テ}$

問2　上の 問1（2）の問題設定で、領域 1 と領域 2 の境界面の法線ベクトル（領域 1 から領域 2 に向かうものとする）を **n** と呼ぼう。今、領域 1 において、**B** は **n** と 60° の角度をなし、**M** は **B** と平行であるとする。また、領域 2 において、**B** は **n** と 30° の角度をなしているとする。このとき、領域 1 において、**B** の大きさは **M** の大きさの何倍になっているか。（解答中に ε_0、μ_0 等の物理定数が出てくる場合、その数値を代入する必要はない。）解答用紙には、解答にいたる計算も記せ。

問題 9　物理数学（100 点）

以下の問い（問 1～問 5）に答えよ。

問 1　以下の線形微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-6y=0$$

問 2　行列　$A=\begin{pmatrix} 6 & -3 & -7 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & -6 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ。固有ベクトルは規格化せよ。

問 3　直交座標系における点 A の座標を A(x, y, z) とする。$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ とし、ラプラシアン$\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right)$を計算せよ。ただし $r\neq 0$ とする。

問 4　留数定理を用い、以下の複素積分の値を求めよ。積分路は円周上の正の向きに 1 周するものとする。

$$I=\oint_{|z|=2}\frac{1}{(z^2+1)(z-3)}dz$$

問 5　区間$[-\pi, \pi]$で区分的に滑らかな任意の関数 f(x)は、直交関数系{cos mx, sin mx}によって、次のように Fourier 級数に展開可能である。

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{m=1}^{\infty}(a_m\cos mx+b_m\sin mx)$$

$f(x)=|\sin x|$　を区間（$-\pi\leq x\leq\pi$）で Fourier 級数に展開せよ。