問題8　電磁気学　（100点）
以下の問い（**問1**、**問2**）に答えよ。

問1　(1) 物質中のマクスウェルの方程式（微分形）を書け。
(2) (1) の式中に現れる電束密度 **D** を電場 **E** と分極ベクトル **P** によって表せ。
ただし、**P** が **E** に比例すると仮定<u>しない</u>一般的な表式で記せ。
(3) (1) の式中に現れる磁場の強さ **H** を磁束密度 **B** と磁化ベクトル **M** によって表せ。
ただし、**M** が **B** に比例すると仮定<u>しない</u>一般的な表式で記せ。

問2　真空中に、3本の無限に長い直線の導線があり、定常電流が流れている。3本とも直交座標系の z 軸に平行で、
1本目は座標 (0,0,0) の点を通り、電流をベクトル表示すると (0,0,I) である。
2本目は座標 (a,b,0) の点を通り、電流をベクトル表示すると (0,0,-J) である。
3本目は座標 (a,-b,0) の点を通り、電流をベクトル表示すると (0,0,-J) である。
ただしここに a, b, J は正とする。このとき、以下の問い（(1)～(5)）に答えよ。

(1) 1本目の電流が2本目の電流の位置に作る磁場を以下の手順で求める。以下の空白（ア～エ）を埋めよ。
一般に、磁場を求めようとする点の位置を **r**、導線を C、C 上の点を **r'** として、**r** における磁場ベクトル **B(r)** は、以下のビオサバールの式で求められる：

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C \frac{\mathbf{dr}' \times (\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$$

いま、C は z 軸上にあるので、**r'** の x,y,z 成分は (0,0,z') と書け、また、**dr'** の x,y,z 成分は (0,0,dz') と書ける。また、**r** としては、いま、(x,0,0) とする（ここに x>0 とする）。これらを上の式に代入すると、積分の中身は y 成分のみゼロでなく、

By = $\boxed{\text{ア}}$ となる。(a)<u>この積分を計算すると</u>、$\mathrm{By} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ が得られる。

以上は (x,0,0) での **B** であったが、磁場が z 軸の まわりに軸対称であることから、より一般に (x,y,0) の位置（x, y の符号は正も負も許す）での **B** については、
その x 成分は $\boxed{\text{イ}}$ 、y 成分は $\boxed{\text{ウ}}$ と書ける（z 成分はゼロ）。

以上より、本問の1本目の電流が2本目の電流の位置に作る磁場の大きさ（絶対値）を求めると $\boxed{\text{エ}}$ となる。

(2) (a) の積分を実際に計算せよ。ただし、$x = R\sin\theta$ 、 $z' = R\cos\theta$ として、変数を z' から θ に変換することで計算せよ。ここに、$R = x/\sin\theta$ なので、
$z' = x/\tan\theta$ 、$dz' = -d\theta \cdot x/\sin^2\theta$ であり、θ の積分範囲はπから0となる。

(3) 2本目の電流が1本目、3本目の電流から単位長さ当たりに受ける力の総和の x 成分は $\frac{\mu_0 IJ}{2\pi}\frac{a}{a^2+b^2}$ 、y 成分は $\frac{\mu_0 J}{2\pi}\left(\frac{bI}{a^2+b^2} - \frac{J}{2b}\right)$ であることを証明せよ。

(4) z 軸に平行で無限に長い直線の導線をもう一本置くことを考える。この4本目の導線に電流を流しても他の3本の電流から力を受けない（すなわち、受ける力の総和がゼロになる）位置に置きたい。配置の対称性から、そのような位置に置かれた導線は x 軸を通ると考えられるので、4本目の導線が (x,0,0) を通るものとして、この x が満たすべき式を求めよ。解答用紙にはその式の導出過程も記すこと。

(5) J = 4 [A], a = 3 [m], b = 4 [m] とする。このとき、(4)で得た式に J, a, b の値を代入して整理することにより、(4)で得た式の解が存在する I の範囲を求めよ。