

平成21年度
九州大学大学院理学府
修士課程地球惑星科学専攻
入学試験問題

(全18ページ)

(300点)

注意事項

(1) この問題冊子には、合計9題が出題されている。

問題1 地質学	問題2 古環境学・古生物学	問題3 岩石学・鉱物学
問題4 一般化学	問題5 地球化学	問題6 熱力学
問題7 力学	問題8 電磁気学	問題9 物理数学

(2) 第1志望・第2志望ともに、岩石循環科学，地球進化史，古環境学，初期太陽系進化学，有機宇宙地球化学，無機生物圏地球化学，地球惑星物質科学，地球惑星博物学の各専門分野を志望する受験生は，9問題のなかから任意に3問題を選択すること。

(3) 第1志望または第2志望で，太陽地球系物理学，宇宙地球電磁気学，中層大気科学，対流圏科学，地球流体力学，固体地球惑星力学，地球内部ダイナミクス，観測地震・火山学の各専門分野を志望する受験生は，問題6～問題9（上記の下線を引いた問題）のなかから少なくとも2問題を含む，合計3問題を選択すること。下線を引いた問題以外から2問題以上選択した場合は，1問題のみを有効とし，他の解答問題は無効（0点）とするので注意すること。

(4) 解答はそれぞれ別の解答用紙の枠内に書くこと（裏面使用可）。

(5) それぞれの解答用紙には，受験番号，氏名，選択した問題の番号を記入すること。

(6) この問題冊子は持ち帰ってよい。

問題1 地質学 (100点)

以下の問い(問1, 問2)に答えよ。

問1 以下の設問 1) ~ 5) に答えよ。

岩石の変形実験に用いられる代表的な実験装置に三軸試験機がある。これは、円柱状の岩石試料を被覆材でおおい、円柱試料の長軸方向からジャッキで圧力を加え岩石の変形を調べるものである。図1は三軸試験機での実験結果を示したグラフである。

- 1) 差応力とは何か、簡潔に説明せよ。
- 2) 差応力—歪み曲線における(a)点と(b)点の名称を記し、それぞれどのようなことが起きているか説明せよ。
- 3) 歪みと差応力が(a)点までは直線的な関係になっている理由を述べよ。
- 4) (c), (d) は異なる変形機構領域を表している。それぞれの名称を述べよ。
- 5) (e)点から応力を下げていくと、点線を通して(f)点に到達する。このとき、実験装置内の試料はどのようにになっているか説明せよ。

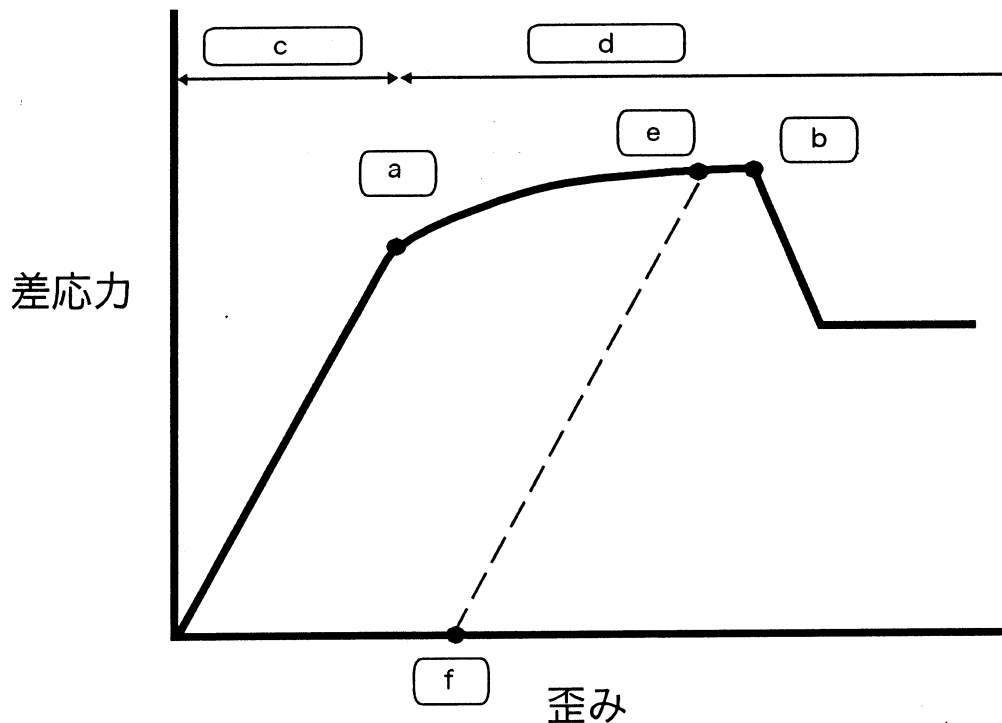


図1 三軸試験機を使った圧縮実験結果の差応力—歪みグラフ

(次ページに続く)

(問題 1 の続き)

問 2 図 2 は Y 川流域のルートマップである。以下の設問 1) ~ 5) に答えよ。

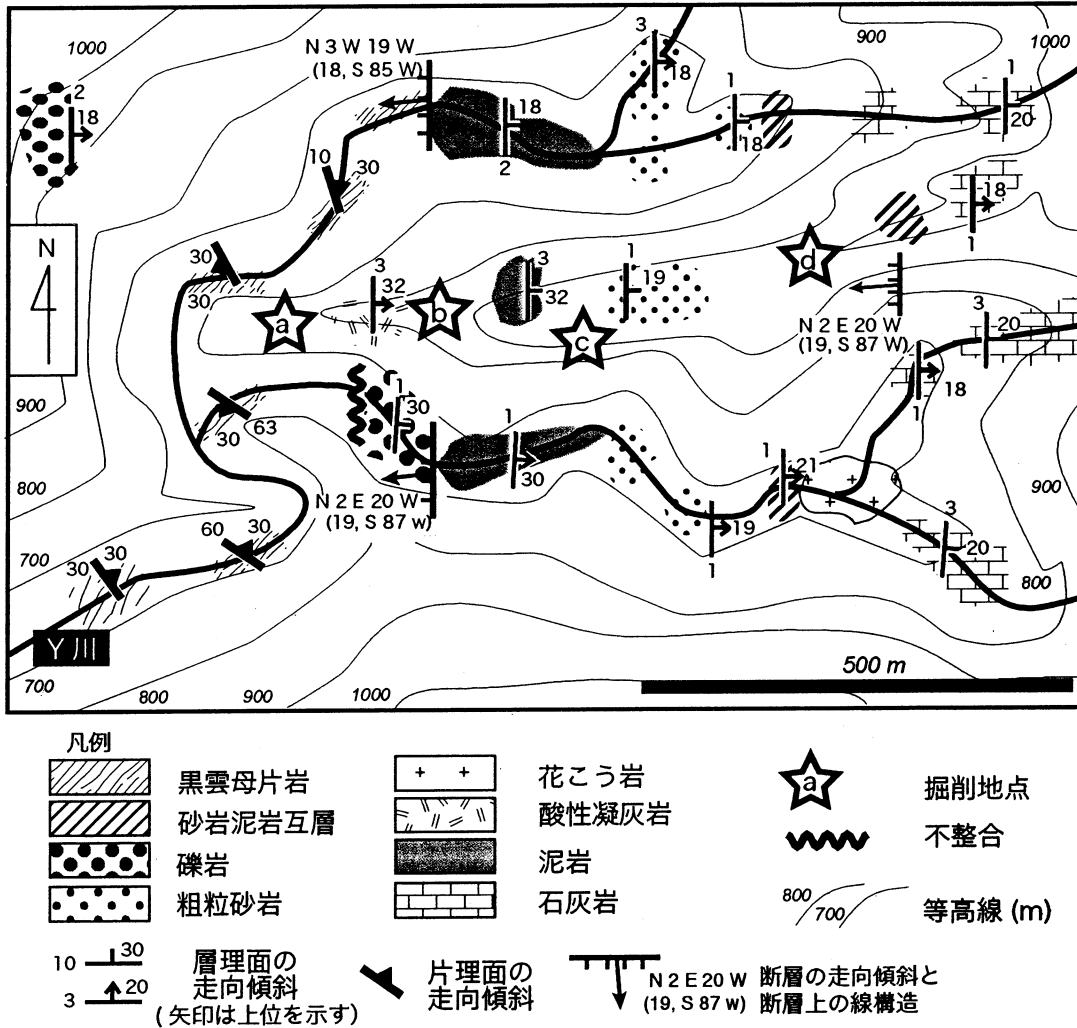


図 2 Y 川流域のルートマップ

- 1) 上記のルートマップより、花こう岩、変成岩、堆積岩の形成順序を述べよ。
- 2) 花こう岩の形成年代と泥岩層の堆積年代を求める方法をそれぞれ説明せよ。
- 3) 断層が川沿いに 2 か所、中央の尾根の南斜面に 1 か所確認できた。それぞれ断層面には地層が引きずられてできた線構造が残っていた。断層の特徴で正しいものをア) ~ エ) からひとつ選び、記号で答えよ。
ア) 西フェルゲンツで約 20 度の傾きを持つスラストである。地層の対比より約 300m のずれがある。

(次ページに続く)

(問題 1 の続き)

- イ) 地層の層理面に対して直交しており、地層の側方への大幅な変位がみられる。約 1km 以上ずれた横ずれ断層である。
- ウ) 断層に沿って変成岩や花こう岩などの地下深部の岩石が露出し、断層面にみられる線構造より変成コアコンプレックスを作る低角度正断層である。上盤側が東側に約 500m ずれている。
- エ) もともと高角度正断層であったが、堆積岩堆積後の大きな地殻変動のために現在ではリトリック正断層になっている。下盤側が東に約 1km ずれている。

4) a~d 地点では長さ 450m のコアが垂直に掘削されている。コアサンプルの回収率はほぼ 100%で、断層を含んで層序が保存されていた。図 3 はそれぞれの地点における掘削コア柱状図である。掘削地点 (a ~ d) に対応する掘削コア柱状図を図 3 の 1~4 から選び、記号で答えよ。

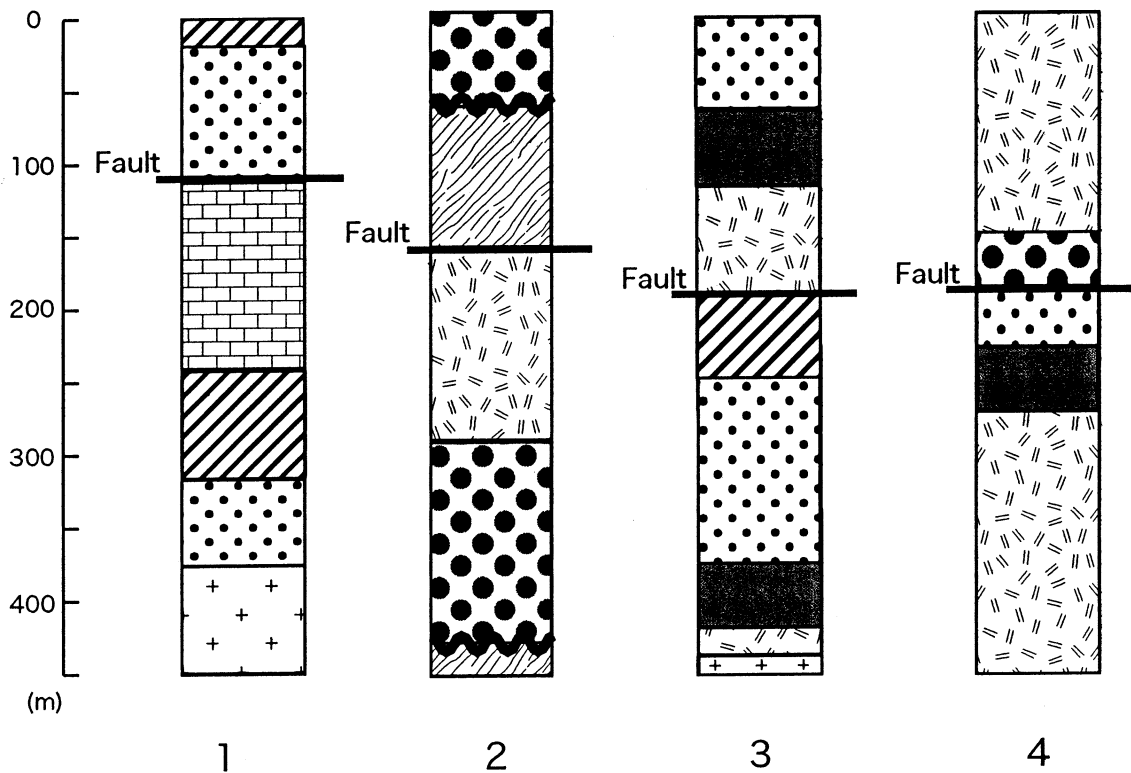


図 3 長さ 450m の掘削コア柱状図。(凡例は図 2 に従う)

5) 本地域に分布する堆積岩の層序を復元し、柱状図を作成せよ。

問題2 古環境学・古生物学 (100点)

以下の問1～問3に答えよ。

問1 以下の事項を、それぞれ 50 字程度で説明せよ。

- (1) 示相化石
- (2) 示準化石
- (3) 生痕化石
- (4) 体化石
- (5) 印象化石
- (6) 生きている化石

問2 生物の大量絶滅に関する次の文章を読み、設問 (1) ～ (3) に答えよ。

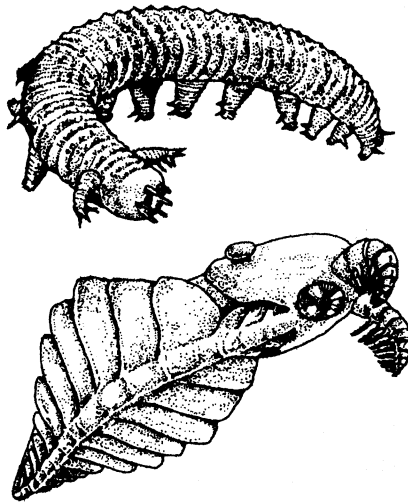
顕生代以降、大量絶滅により生物群が大量に入れ替った事変は少なくとも5度起きている。これらは、(a) 紀末(約4億5千万年前)、デボン紀後期(約3億5千万年前)、ペルム紀末(約2億5千万年前)、三疊紀末(約2億年前)、白亜紀末(約(b)年前)で生じたものであった。この中で、ペルム紀末の(c)代と(d)代の境界部における絶滅は最も大規模であったと言われている。また、白亜紀末の(d)代と(e)代の境界部では、恐竜のほか多数の生物が絶滅している。

- (1) (a)～(e)に適切な用語を記入せよ。ただし、(a)には紀レベルの地質時代名を、(b)には年数を百万年単位で、(c)～(e)には代レベルの地質時代名を記入せよ。
- (2) 以下の生物を、ペルム紀末に絶滅したものと、白亜紀末に絶滅したものに分けよ。
アンモナイト、イノセラムス、三葉虫、フズリナ、ベレムナイト
- (3) 現在、白亜紀末の大量絶滅の原因として、隕石の衝突説が有力である。この説について100字程度で説明せよ。

(次ページに続く)

(問題2の続き)

問3 下図はカンブリア紀初期に生息した生物の復元図である。この図に関して、設問 (1) ~ (3) に答えよ。



Gould(1989)を改変

- (1) これらの生物の所属する生物群の名称を以下の中から選べ。
エディアカラ生物群, トモティアン生物群, バージェス頁岩生物群
- (2) これらの生物の生息年代として, 最も近い年代を以下の中から選べ。
5億7千万年前, 5億3千万年前, 4億9千万年前
- (3) 「カンブリア紀初期の生命の大爆発 Cambrian Explosion」について, 100字程度で説明せよ。

問題3 岩石学・鉱物学(100点)

以下の問1～問3に答えよ。

問1 次の文を読んで、設問(1)～(3)に答えよ。

玄武岩(Basalt)マグマは、地下深部のかんらん岩が(A)°C程度で部分熔融し発生する。マグマが地表近くで冷え固まった火山岩である玄武岩は、しばしば斑状組織を示し、その SiO₂の重量パーセントは約(B)%で、太陽系内の地球型惑星や小天体に広く存在する。玄武岩質のシャーゴット隕石は、13.5億年より若い結晶化年代を示し、火成活動が最近まで継続した比較的大きな惑星である火星起源と考えられている。また、別の玄武岩質隕石であるユークライト隕石とホルダイト、ダイオジェナイト隕石などには、共通の母天体が想定されている。月の玄武岩は、地球から暗く見える(C)の領域に多く存在する。月の起源や化学進化の研究は、アポロ回収試料の解析や“かぐや”などの探査によって得られるより強固な科学的証拠に基づいて進められている。

(1) 括弧内(A), (B), (C)に入る最も適当な数値または語句を、下から選んで答えよ。

700, 1000, 1300, 1700, 48, 56, 64, 70, 高地, 極冠, 海, グレイスポット

(2) 下線部の斑状組織について、玄武岩の代表的な斑晶鉱物を3つ答えよ。

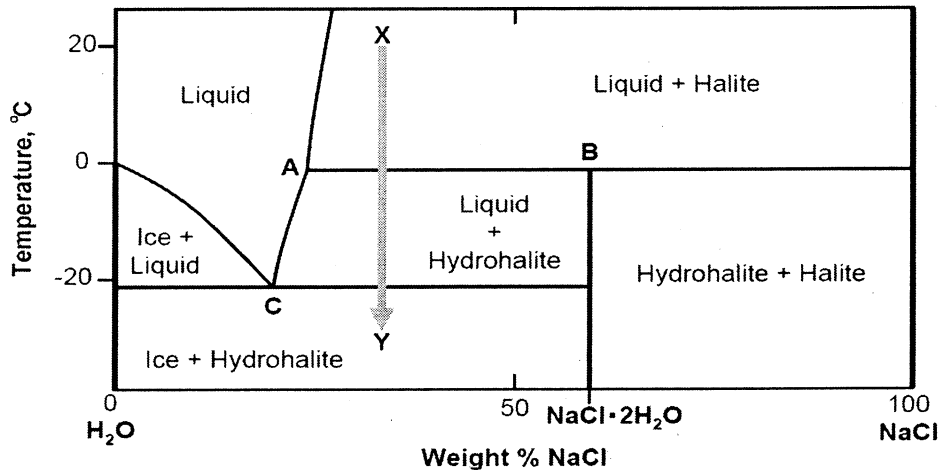
(3) 文中の例に限らず、複数の隕石グループが共通の母天体から由来した可能性を提案するために必要な科学的根拠をいくつか挙げて、150字程度でまとめよ。次のキーワードを解答に使用しても良い。

キーワード：同位体比, 結晶分化, アステロイド

(次ページに続く)

(問題3の続き)

問2 次の図は 1 気圧の $\text{NaCl-H}_2\text{O}$ 系相関係の模式図で、図中に出現する固相の名称は、 $\text{H}_2\text{O}(\text{Ice})$, $\text{NaCl}\cdot 2\text{H}_2\text{O}(\text{Hydrohalite})$, $\text{NaCl}(\text{Halite})$ である。A, B, C 点の組成と温度は、それぞれ, [Weight % NaCl, °C]の単位で, [26.3, 0.15], [61.9, 0.15], [23.3, -21.1]である。設問(1)~(3)に答えよ。



- (1) A, C の点は、相図に用いられる用語で何と呼ばれるか、それぞれ答えよ。
- (2) 矢印の始点 X から終点 Y まで冷却する過程での共存相と反応について 200~300 字程度で説明せよ。
- (3) C 点の組成を持つ Liquid が、平衡状態で固化した場合の Ice (H_2O)と Hydrohalite ($\text{NaCl}\cdot 2\text{H}_2\text{O}$)の重量比百分率を、計算過程を示して小数第一位まで答えよ。

問3 設問(1)~(2)に答えよ。

- (1) 斜方晶系に属し $\text{Mg}_2\text{Si}_2\text{O}_6$ (分子量 200.79)の組成を持つ輝石の格子定数(nm)は, $a = 1.8227$, $b = 0.8819$, $c = 0.5179$, formula units per cell (Z)は 8 である。この鉱物の密度を求めよ。ただし、計算過程を示して有効数字 3 桁で答えよ。
(アボガドロ定数 $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)
- (2) (1)の斜方輝石の鉱物名は、頑火輝石(エンスタタイト)である。この鉱物は、 SiO_4 四面体の結合様式に基づくケイ酸塩鉱物の分類法に従うと、何と呼ばれるグループに属するか答えよ。また、同じグループに属する鉱物名を 2 つあげて、それぞれの化学式を答えよ。

問題4 一般化学(100点)

以下の問い(問1~問3)に答えよ。

問1 図1には原子番号1から70までの元素について、原子番号Zと第一イオン化エネルギーとの関係を示している。以下の問い(1)~(3)に答えよ。

- (1) 図1において、原子番号の増加に伴って、第一イオン化エネルギーに5つの極大をもつ元素(a~e)が見られる。それぞれの元素を元素記号で答えよ。また、これらの元素が極大をとる理由を80字程度で説明せよ。
- (2) 図1において、原子番号Zの増加に関わらず、第一イオン化エネルギーがあまり変化しない比較的平坦な曲線を示す部分(A)がある。これらの元素の総称を記し、なぜ、第一イオン化エネルギーがあまり変化しないかを原子の電子配置などを使って80字程度で説明せよ。
- (3) イオン化エネルギーと関連した言葉で、「電子親和力」がある。「電子親和力」について50字程度で説明せよ。また、原子番号が20までに「電子親和力」が極大を示す元素を2つ元素記号で記せ。

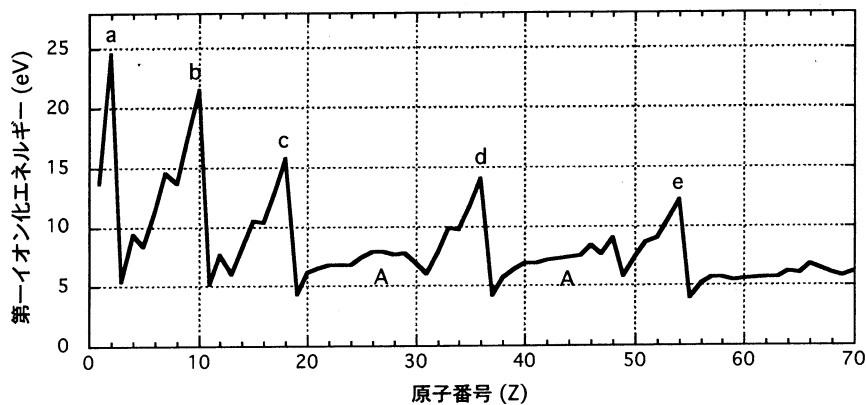


図1 原子番号と第一イオン化エネルギーとの関係

(次ページに続く)

(問題4の続き)

問2 分子の結合に関する以下の文章を読んで、問い(1)、(2)に答えよ。

原子が結合して分子をつくる際には、結合した原子-原子系のエネルギーが低下し、新たに分子軌道が形成される。分子軌道の中で、原子のs軌道のように球対称に見えるものが σ 軌道、原子のp軌道のように見えるものが π 軌道と呼ばれ、それぞれ結合性軌道と反結合性軌道をもつ。今、 H_2 分子の基底状態の電子配置は $(\sigma 1s)^2$ で表され、 Li_2 分子のそれは $(\sigma 1s)^2(\sigma^* 1s)^2(\sigma 2s)^2$ 、 N_2 分子のそれは $(\sigma 1s)^2(\sigma^* 1s)^2(\sigma 2s)^2(\sigma^* 2s)^2(\pi 2p)^4(\sigma 2p)^2$ で表される。ただし、*は反結合性軌道を表す。

- (1) Be_2 分子の基底状態の電子配置を示し、安定な Be_2 分子が存在するかどうか60字程度で議論せよ。
- (2) C_2 分子の基底状態の電子配置を示し、安定な C_2 分子が存在するかどうか60字程度で議論せよ。

問3 酸塩基について以下の問い(1)～(4)に答えよ。

- (1) 化学における酸塩基には a)アレニウスの酸塩基、b)ブレンステッドの酸塩基、c)ルイスの酸塩基、の3種類がある。具体例を挙げながら違いがわかるように、それぞれについて70字程度で説明せよ。
- (2) 溶液中に存在する水素イオン濃度 $[H^+]$ (mol/l)を使って、溶液の酸性度pHが定義される。pHと $[H^+]$ の関係を式で表せ。
- (3) 0.080 mol/lのギ酸水溶液の水素イオン濃度を求めよ。ただし、ギ酸の解離度を4.6%とする。また、ギ酸の酸解離定数 K_a を求めよ。それぞれ計算過程も示すこと。
- (4) 酸塩基滴定において滴定溶液を標定するときの1次標準物質の条件を70字程度で記せ。また、塩酸溶液を標定するときに広く用いられる1次標準物質を1つ挙げよ。

問題5 地球化学 (100点)

次の問1, 問2に答えよ。

問1 図は最近の大気中の $\Delta^{14}\text{C}$ の報告値をまとめたものである。図について以下の設問 (1) - (5) に答えよ。

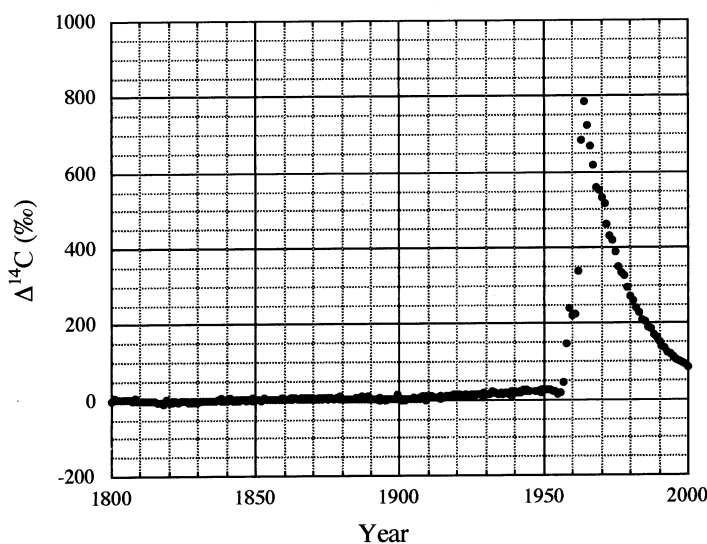


図 1800年以降の大気中の $\Delta^{14}\text{C}$ の変動

- (1) ^{14}C は宇宙線由来の中性子と大気中の窒素との核反応によって定常的に大気に供給されている。1950年後半からの $\Delta^{14}\text{C}$ 値の急上昇は核爆発の影響である。大気中の ^{14}C 濃度が最も高い時には、核爆発の影響のない時に比べて、その濃度は何倍か。
- (2) 大気中の $\Delta^{14}\text{C}$ は、地上核実験が禁止された1960年代よりなだらかに減少している。この減少の理由を20字程度で記せ。
- (3) 次の文を読み、[式3], [式5]に適当な式を、[値1]に適当な値を入れよ。

大気を一つのリザーバーと見なし、ボックスモデルを用いて大気中の二酸化炭素の平均滞留時間を求めてみよう。ボックスモデルによれば、リザーバー中の物質質量 N の時間変化は、単位時間あたりの全流入量 F_i と全流出量 F_o を用いて次式で表される。

$$\frac{dN}{dt} = F_i - F_o \quad \text{式1}$$

流入がなくなると仮定できる場合には $F_i = 0$ とし、さらに

$$F_o = kN \quad \text{式2}$$

とすれば (k は定数), それ以降のある基準の時間 ($t=0$) からの経過時間 t に対し、

(次ページに続く)

(問題5の続き)

[式3]

が得られる。ただし N_0 は $t=0$ における物質質量とする。

一方、大気中の二酸化炭素についても同様に式1が成り立ち、 $^{14}\text{CO}_2$ と $^{12}\text{CO}_2$ とでは k は同じであると仮定して、次式が得られる。

$$\frac{dN}{dt} = F_i - kN \quad \text{式4}$$

さらに大気中の二酸化炭素が定常状態にあるとすれば、

[式5]

が成り立つ。平均滞留時間 τ は、注目するリザーバー中の量を単位時間あたりの流入量で除すると求められるので、

$$\tau = \frac{1}{k} \quad \text{式6}$$

となる。1970年以降の変化は次の指数関数で近似できる。

$$\Delta^{14}\text{C}_{t \geq 1970} = 530e^{-0.059(t-1970)} \quad \text{式7}$$

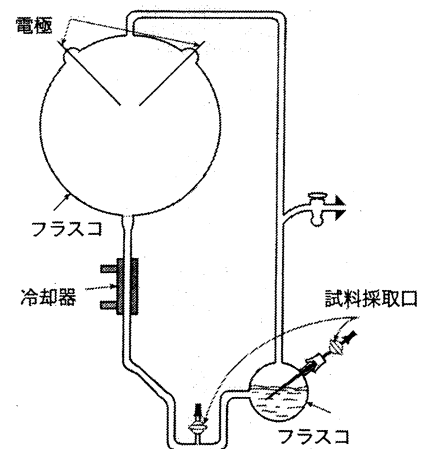
よって、式6から大気中の二酸化炭素の平均滞留時間は [値1] 年となる。

- (4) この計算で得られた平均滞留時間は、大気中の二酸化炭素の平均滞留時間ではなく、大気と生態系からなるリザーバーの平均滞留時間と考える方が妥当である。その理由を80字程度で説明せよ。
- (5) 設問(3)においてはいくつかの仮定が使われ、平均滞留時間の計算のエラーの原因になっている。その中から二つを取り上げ、その影響を考察せよ。

問2 次の文章を読んで設問(1)～(4)に答えよ。

地球や生命の歴史とアミノ酸の関係が1953～1954年と、ほぼ同じ時期に全く別の観点から指摘された。一つは有名なMillerとUreyによるアミノ酸合成であり、もう一つはAbelsonにより、魚の化石中に初めてアミノ酸が見つけたことである。

MillerとUreyは右図のような装置に、地球上に生物が誕生した時代の仮想原始大気を満たし、下のフラスコ中の水を温めて沸騰させ、上のフラスコに火花放電



(次ページに続く)

(問題5の続き)

でエネルギーを与え、1週間実験を行ったところ、アミノ酸やカルボン酸が生成することを発見した。

(1) このとき実験で用いられた仮想原始大気は、今日では“還元的大気”と称される。その主成分を三つ述べよ。

(2) 現在、地球に生物が誕生した時代の大気は“酸化的大気”であったと考えられている。その主成分を三つ述べよ。

一方、Abelson はデボン紀の頁岩 (3.8 億年前のもの) 中の魚の化石を分析し、グリシン、アラニン、グルタミン酸、ロイシン等の7種のアミノ酸が含まれることを示した。これで化石中に有機物が含まれることが示され、堆積物中の有機物と生物とのつながりを研究する学問の始まりとなった。現在、さまざまな時代や形態の化石中のアミノ酸の分析が行われ、化石の堆積年代や堆積環境の温度を推定する研究が行われている。また堆積物中の有機物の分子レベルでの分析より、堆積物が形成した時代の環境を再現する研究に発展している。

(3) 文中の化合物アラニンは、生物のタンパク質を作るアミノ酸の一種であり、C 40.4 %、H 7.9 %、N 15.7 %である。次の設問 (ア) ~ (ウ) に答えよ。

(ア) アラニン1分子中には、C、H、N、O以外の原子は含まれず、Nが1個含まれる。アラニンの組成式を $C_a H_b N O_c$ (a, b, cは整数) で求めよ。計算過程も解答用紙に示すこと。なお、原子量は C=12, H=1, N=14, O=16 で計算せよ。

(イ) タンパク質を作るアミノ酸としてのアラニンは L-アラニンである。立体化学がわかるようにその構造式を示せ。

(ウ) 生物体内での L-アラニンは生物の死後、立体構造の変化がおこり、この変化の観察で化石の堆積年代や堆積環境の温度が推定される。この変化を何と呼ぶか。またどのような変化であるか説明せよ。図を用いてもよい。

(4) 石油は化石燃料と呼ばれる。これは、石油は生物起源の有機物の熱分解によって生じるとする有機成因説が広く支持されているからである。石油の有機成因説に関する地球化学的証拠がいくつか示されている。そのうちの1つを50字程度で述べよ。

問題6 熱力学 (100点)

以下の問い (問1～問3) に答えよ。

問1 内部エネルギーについて次の(a)～(c)の問いに答えよ。

(a) 内部エネルギーの微小変量 (dE) が以下の式で表わされることを示せ。

$$dE = nC_v dT + \left\{ \frac{n(C_p - C_v)}{\alpha V} - P \right\} dV \quad (1)$$

ただし、 n はモル数、 T は温度、 V は体積、 P は圧力である。定圧モル比熱 C_p と定積モル比熱 C_v 、熱膨張率 α は次の式で表わされる。

$$C_p = C_v + \frac{1}{n} \left\{ \left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_T + P \right\} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P, \quad C_v = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V, \quad \alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

- (b) 理想気体の内部エネルギーは温度のみの関数である。この事実から式 (1) を用いて、理想気体の C_p と C_v の間に成り立つ関係を導け。
- (c) 不可逆変化で、エントロピーが必ず増大する系は、孤立系 (物質の出入りなく、熱の出入りもない系) である。不可逆変化で、内部エネルギーが必ず減少するような系はどのような系か答えよ。理由も説明すること。

問2 状態1 (温度 T_1 , 体積 V_1) の超臨界状態の H_2O 流体を以下の3つの方法で体積 V_2 ままで膨張させることを考える。

- A) 準静的に断熱膨張させ、状態A (T_A , V_2) にする。
B) 断熱自由膨張させ、状態B (T_B , V_2) にする。
C) 準静的に等温膨張させ、状態C (T_C , V_2) にする。

状態Aと状態B、状態Cの温度 (T_A , T_B , T_C) を測定すると $T_A < T_B < T_C$ であった。この状態変化について次の(a)～(d)の問いに答えよ。

- (a) 方法Aで膨張させる時、保存される状態量は何か答えよ。その理由も述べよ。
(b) 状態1と状態Bで同じ値となる状態量は何か答えよ。その理由も述べよ。

(次ページに続く)

(問題6の続き)

- (c) 方法Cで膨張させる時のH₂O流体のエントロピー変化量(ΔS)を求める式は,

$$\Delta S = \int dS = \int_{V_1}^{V_2} [\quad] dV \quad (2)$$

と表わされる。[]に入る数式を答えよ。途中の過程も説明すること。

- (d) 状態1と状態A, 状態B, 状態Cのエントロピー(S_1, S_A, S_B, S_C)の大小関係を示せ。理由も記せ。

問3 問2と同様の膨張を理想気体1モルについて行ない、体積を5倍に膨張させること($V_2 = 5V_1$)を考える。次の(a) ~ (c)の問いに答えよ。

- (a) 状態1と状態A, 状態B, 状態Cの温度(T_1, T_A, T_B, T_C)の大小関係を示せ。
(b) 状態1と状態Bのギブスの自由エネルギー(G_1, G_B)の大小関係を示せ。理由も記せ。
(c) 方法Cで膨張させる時のエントロピー変化量を計算せよ。単位もつけること。ただし、気体定数 $R = 8.31 \text{ (J mol}^{-1} \text{ K}^{-1})$, $\ln 5 = 1.61$ とする。

問題7 力学 (100点)

以下の問1～問3に答えよ。

問1 質量 m の質点の (x, y) 平面内の運動方程式が以下の式で与えられるとする。

$$ma_x = 3m\Omega^2 x + 2m\Omega v_y \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$ma_y = -2m\Omega v_x \cdots \cdots \textcircled{2}$$

ここで、 (v_x, v_y) は速度、 (a_x, a_y) は加速度、 Ω は正の定数である。時間 $t=0$ において $x=0$ 、 $v_x=v_0$ 、 $y=2v_0/\Omega$ 、 $v_y=0$ とする。以下の設問 (1)～(5) に答えよ。

- (1) 式①に v_x 、式②に v_y を掛けて、辺々加えた式を時間 t に関して積分することにより、エネルギー保存則を導出せよ。
- (2) 式②を時間に関して積分して v_y と x の関係を導け。
- (3) 設問(2)の結果を式①に代入することにより、 x の t に関する2階の微分方程式を導出せよ。
- (4) 設問(3)で求めた微分方程式の一般解は
$$x = a\cos(\Omega t) + b\sin(\Omega t)$$
である。ただし a と b は任意定数である。上記の初期条件の場合に a と b を求めよ。
- (5) 質点の座標 y を時間 t の関数として求めよ。

(次ページに続く)

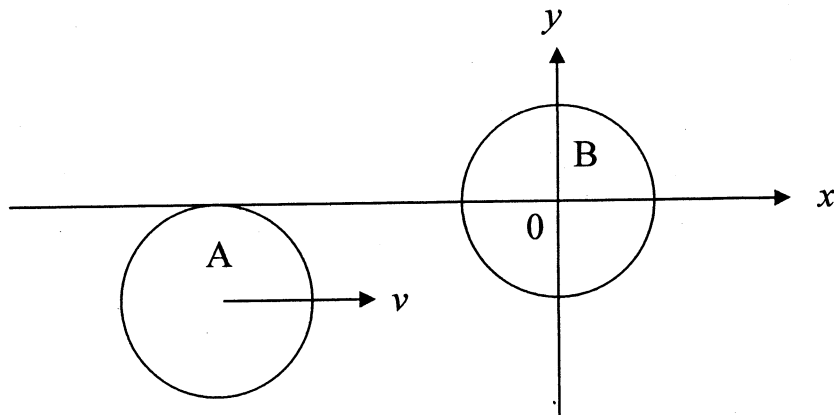
(問題7の続き)

問2 外力が働かない状態で、剛体が、静止した重心を通る軸のまわりに、回転運動している場合を考える。この軸に関する慣性モーメント（慣性能率）を I 、角運動量の大きさを L とする。以下の設問（1）、（2）に答えよ。

- (1) 角速度の大きさを、 I と L で表せ。
- (2) 回転運動のエネルギーを、 I と L で表せ。

問3 下図のように、剛体円盤AとBが、なめらかな (x, y) 平面上にある。質量は共に M 、半径は共に R であり、単位面積当たりの質量は一定であるとする。円盤Aが、速さ v で x 方向に回転せずに運動し、静止している円盤Bに衝突した。衝突前の円盤Aの中心は $y = -R$ で与えられる直線上に、円盤Bの中心は原点にあったとする。2つの円盤は衝突の瞬間に接点で完全に付着し、その後、一体となって運動したとする。以下の設問（1）、（2）に答えよ。

- (1) 2つの円盤の重心系での全角運動量の大きさ L を、 M 、 R 、 v のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) 付着後の2つの円盤の重心を通る (x, y) 平面に垂直な軸のまわりの慣性モーメント（慣性能率） I を、 M 、 R 、 v のうち必要なものを用いて表せ。

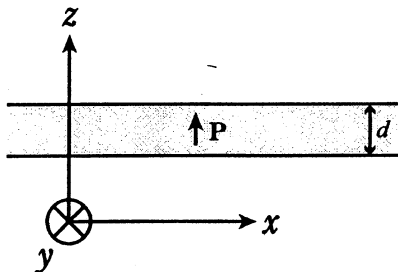


問題 8 電磁気学 (100 点)

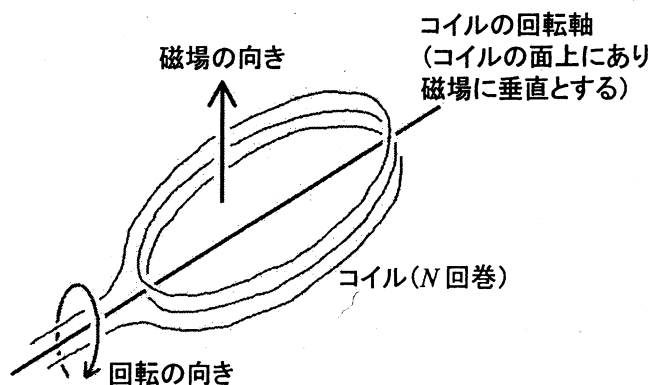
以下の問 1～問 4 に答えよ。解答用紙には解答に至る計算過程も記せ。

問 1 直交座標系の $(0, 0, 0)$ の位置に電荷 q があり, $(0, a, 0)$ の位置に電荷 $4q$ がある (a, q は正の定数)。このとき, もう 1 つ電荷を置くことで, 3 つの電荷のどれに加わるクーロン力もゼロであるようにしたい。その電荷を置くべき位置を求めよ。また, その電荷の大きさを求めよ。

問 2 真電荷がなく, 外部から電場がかかっていない空間に, 固有の分極ベクトル \mathbf{P} を持つ誘電体板がある。その誘電体板は無限の広さを持ち, 厚さは d である (下図参照)。また, その分極ベクトル \mathbf{P} の向きは誘電体板の面に垂直であり, 下図の z 方向を向いている。このとき, 誘電体板の内部と外部における電場と電束密度を求めよ。



問 3 半径 a , 巻数 N の円形コイルを磁束密度 B の一様磁場内に置き, 角速度 ω で回転させる。回転軸は下図のようにとり, その回転軸は磁場に垂直とする。このとき, コイルの両端にかかる電位差を求めよ。



問 4 ある空間で, 電荷密度はゼロで, 電流密度 \mathbf{j} は電場 \mathbf{E} に比例しているものとする。つまり, $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ とする (ただし σ は定数)。このとき, この空間を伝わる電磁波の電場が満たすべき方程式を求めよ。ただし, 誘電率を ϵ , 透磁率を μ とせよ。 ϵ, μ は定数とする。

問題9 物理数学 (100点)

以下の問1～問5に答えよ。解答用紙には計算の途中経過も書くこと。

問1 次の関数 $f(x)$ のフーリエ変換, $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx$, を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & (|x| \leq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$$

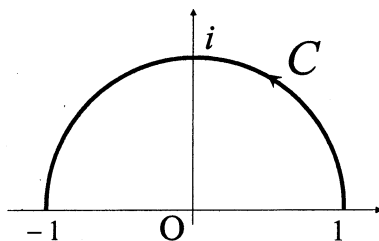
問2 以下の行列 A の行列式を求めよ。

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

問3 右の複素積分 I を求めよ。

$$I = \int_C |z| dz$$

ただし、積分路 C は図のように単位円 $|z|=1$ の上半部、反時計周りとする。



z 平面

問4 x の関数 $y(x)$ に関する以下の微分方程式を解け。ただし、 a と b は定数とし、 $a \neq 0$ とする。

$$\frac{dy}{dx} + ay = b$$

$$\text{境界条件: } y(0) = \frac{2b}{a}$$

問5 位置ベクトルを $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$ と表し、 $r = |\vec{r}|$ とする。任意のスカラー関数 $f(r)$ について $\nabla \times [\vec{r} f(r)]$ を計算せよ。