平成２３年度
九州大学大学院理学府
修士課程地球惑星科学専攻
入学試験問題

（全１６ページ）

（３００点）

注意事項

(1) この問題冊子には，合計９題が出題されている。

問題１　地質学	問題２　古環境学・古生物学	問題３　岩石学・鉱物学
問題４　一般化学	問題５　地球化学	問題６　熱力学
問題７　力学	問題８　電磁気学	問題９　物理数学

(2) 第１志望・第２志望ともに，岩石循環科学，地球進化史，古環境学，初期太陽系進化学，有機宇宙地球化学，無機生物圏地球化学，地球惑星物質科学，地球惑星博物学の各専門分野を志望する受験生は，９問題のなかから任意に３問題を選択すること。

(3) 第１志望または第２志望で，太陽地球系物理学，宇宙地球電磁気学，中層大気科学，対流圏科学，地球流体力学，固体地球惑星力学，地球内部ダイナミクス，観測地震・火山学の各専門分野を志望する受験生は，問題６～問題９（上記の下線を引いた問題）のなかから少なくとも２問題を含む，合計３問題を選択すること。下線を引いた問題以外から２問題以上選択した場合は，１問題のみを有効とし，他の解答問題は無効（０点）とするので注意すること。

(4) 解答はそれぞれ別の解答用紙の枠内に書くこと（裏面使用可）。

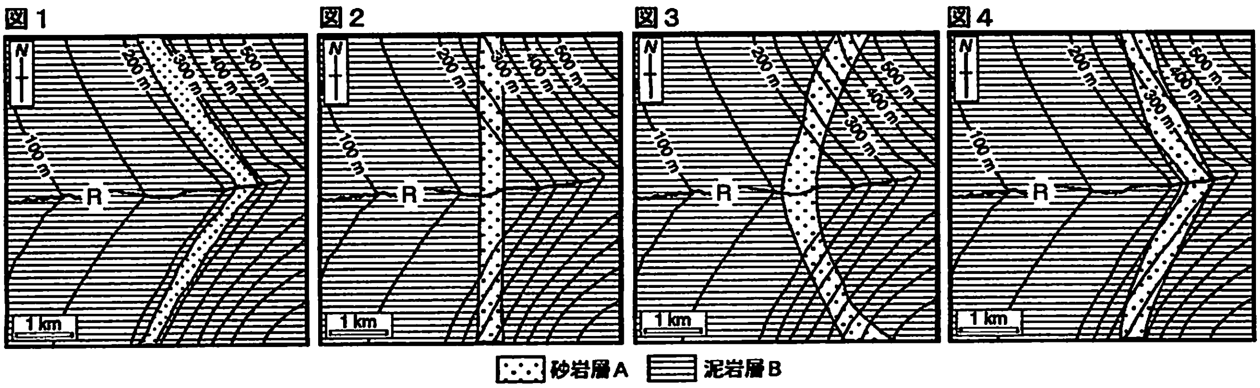
(5) それぞれの解答用紙には，受験番号，氏名，選択した問題の番号を記入すること。

(6) この問題冊子は持ち帰ってよい。

問題１　地質学（100 点）

以下の問い（**問１，問２**）に答えよ。

問１　図１〜４は，川Ｒがほぼ西に向かって流れ，谷が西に開いた地形をもった地域の地質図である。いずれも，泥岩層Ｂとこれにはさまれた砂岩層Ａの分布を示している。等高線の間隔は 50 ｍ である。図１〜４について，設問（１）〜（４）に答えよ。



（１）砂岩層Ａが水平層であることを示す地質図はどれか．図の番号１〜４の数字で答えよ。

（２）砂岩層Ａが鉛直層であることを示す地質図はどれか．図の番号１〜４の数字で答えよ。

（３）砂岩層Ａが東に傾斜していることを示す地質図はどれか．図の番号１〜４の数字で答えよ。

（４）砂岩層Ａが西に傾斜していることを示す地質図はどれか．図の番号１〜４の数字で答えよ。

問２　つぎの６つの用語から４つを選び，それらについて解説せよ。解答には図を用いてもよい。

（１）示準化石（index fossil）

（２）傾斜不整合（angular unconformity）

（３）底痕（sole mark）

（４）ウーイド（ooid）

（５）海洋プレート層序（oceanic plate stratigraphy）

（６）トランスフォーム断層（transform fault）

問題 2　古環境学・古生物学（100 点）

以下の問い（**問 1〜問 3**）に答えよ。

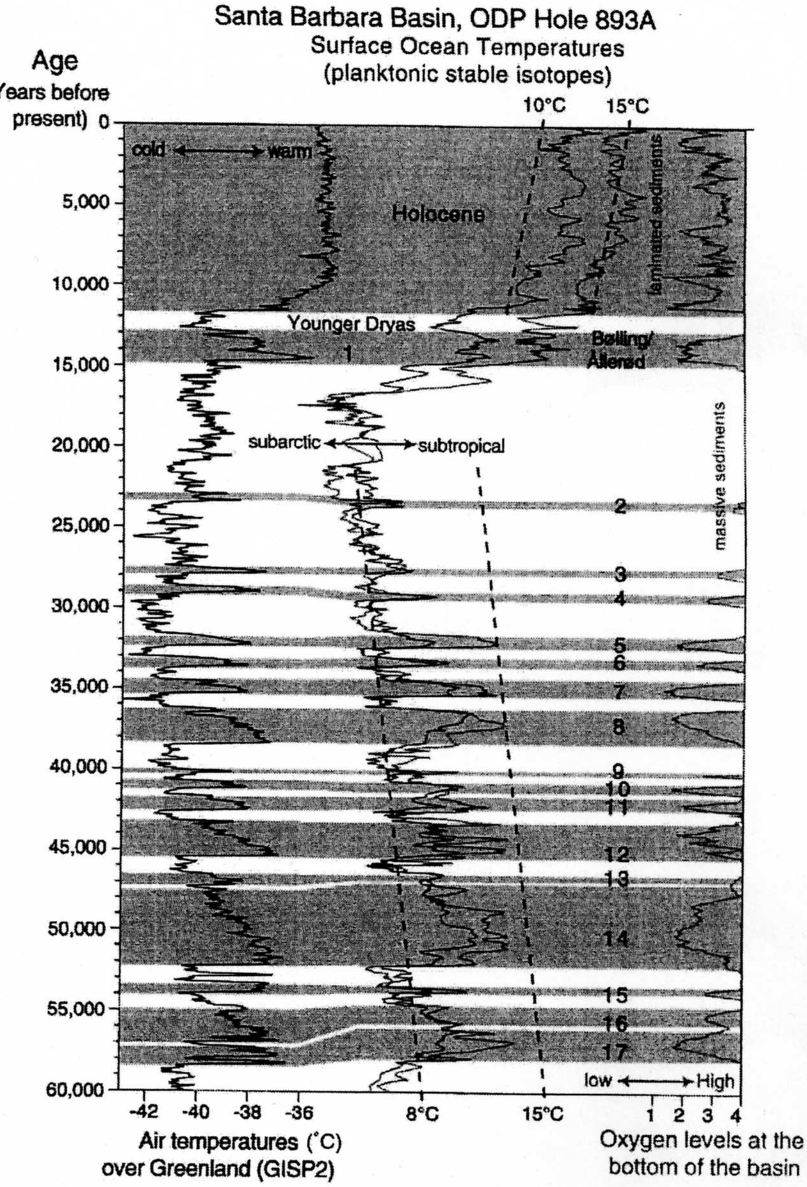
問 1　下の図に示す様に、約 60,000 年前から約 12,000 年前迄、白と灰色で帯び付けされたサイクルを持つ気候変動が見られた。この変動について下記の設問(1)ー(4)に答えよ。

(1) 上記の気候変動の名称を記せ。

(2) この気候変動は，どこで最初に発見された現象か。

(3) この気候変動は，最初の領域（場所）での発見以降、それ以外にどこでどのような試料中に見いだされているか。

(4) この気候変動の特徴を説明せよ。



(from IODP Initial Sci. Plan, 2001)

（次ページに続く）

（問題 2 の続き）

問 2　地球環境変遷の歴史の中で，新生代は比較的理解が進んでいる時代である。理解が進んだ理由の一つとして，DSDP およびその後継プロジェクト (ODP, IODP) による（ア）技術を駆使して得られた（イ）の分析・解析研究が進んだことにある。

(1)（ア），（イ）とは，それぞれ何か記せ。

(2) DSDP，ODP，IODP の一連のプロジェクトの概要を記せ。

(3) 酸素安定同位体比（$\delta^{18}O$）は，気候変動を表現する場合によく用いられる指標である。$\delta^{18}O$ 変動の要因を説明せよ。

問 3　次のリストは，時代や出来事を年代の新しいものから順番に上から下に向けて並べたものである。リストの空欄(ア)ー（カ)に当てはまる適切な語句を下記の語句群から一つ選び、それを記せ。

(　　　ア　　　)
Little Ice Age
Egyptian Civilization
(　　　イ　　　)
(　　　ウ　　　)
Marine Isotope Stage (MIS) 11
(　　　エ　　　)
Establishment of the Antarctic Circum Polar Current (ACC)
(　　　オ　　　)
(　　　カ　　　)

語句群：
- Younger Dryas (YD)
- Last Glacial Maximum (LGM)
- Industrial Revolution (IR)
- Inception of the Northern Hemisphere Glaciation (NHG)
- Cretaceous-Tertiary Boundary (K-T Boundary)
- Paleocene-Eocene Thermal Maximum (PETM)

問題3　岩石学・鉱物学（100点）

以下の問い(**問１，問２**)に答えよ。

問1　次の文を読んで，設問（1）～（4）に答えよ。

地球に落下する隕石の多くは，火星と（ **A** ）の間の軌道を持つ小惑星帯（アステロイドベルト）からもたらされる。小惑星帯の天体表面の構成物質は，（ **B** ）の測定に基づいて推定することができる。炭素質コンドライト隕石の起源は，最も多く存在するCタイプ(Carbonaceous)の天体などであると考えられている。

（1）括弧内（ **A** ），（ **B** ）に入る適切な語句を答えよ。

（2）下線部の炭素質コンドライト隕石の一つであるCV3グループのAllende隕石の研磨断面組織の模式図を**図１**に示す。組織と構成鉱物から，（イ）球状のケイ酸塩（図中の斜線部），（ロ）不定形白色の酸化物（白色部），（ハ）黒色のマトリックス（濃灰色部）の３種類の領域が識別された。（イ），（ロ）の名称と，それぞれの代表的な鉱物名とその化学式を答えよ。

（3）（ハ）を構成する鉱物の特徴を，（イ），（ロ）を構成する鉱物との違いに着目して，50字程度で答えよ。

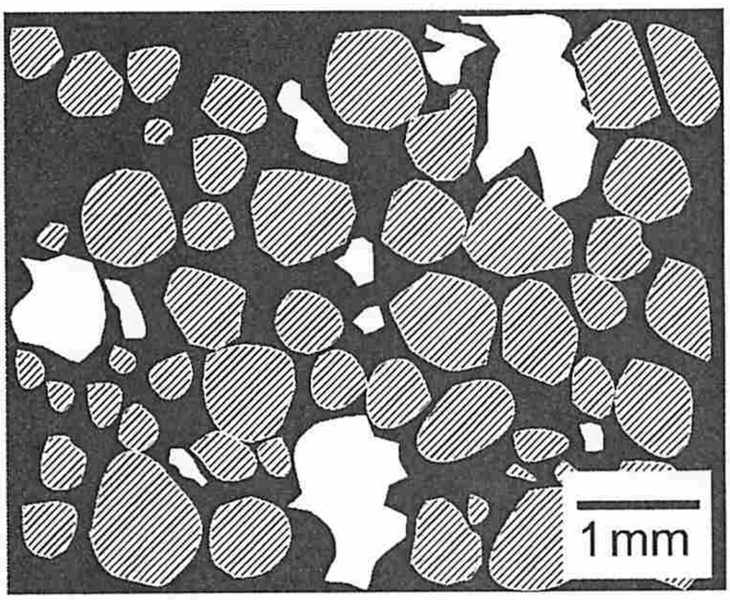


図１　Allende隕石の研磨断面組織の模式図

（4）Allende隕石と同じく1969年に落下したMurchison隕石はCM2グループに属する。CM2グループの特徴をCV3グループと対比して，100字程度で解説せよ。

（次ページに続く）

（問題3の続き）

問2 **図2**は，圧力-温度平面に投影したMgO-SiO_2-Al_2O_3系の相図である。この系には，より多くの成分を含む最上部マントル物質の相平衡関係と共通した特徴が現れている。破線は固相線(solidus)，点線は enstatite (斜方輝石，$Mg_{(4-x)}Al_{2x}Si_{(4-x)}O_{12}$) 中の Al_2O_3 成分の固溶量 x の等値線(isopleth)を示す。設問(1)～(2)に答えよ。

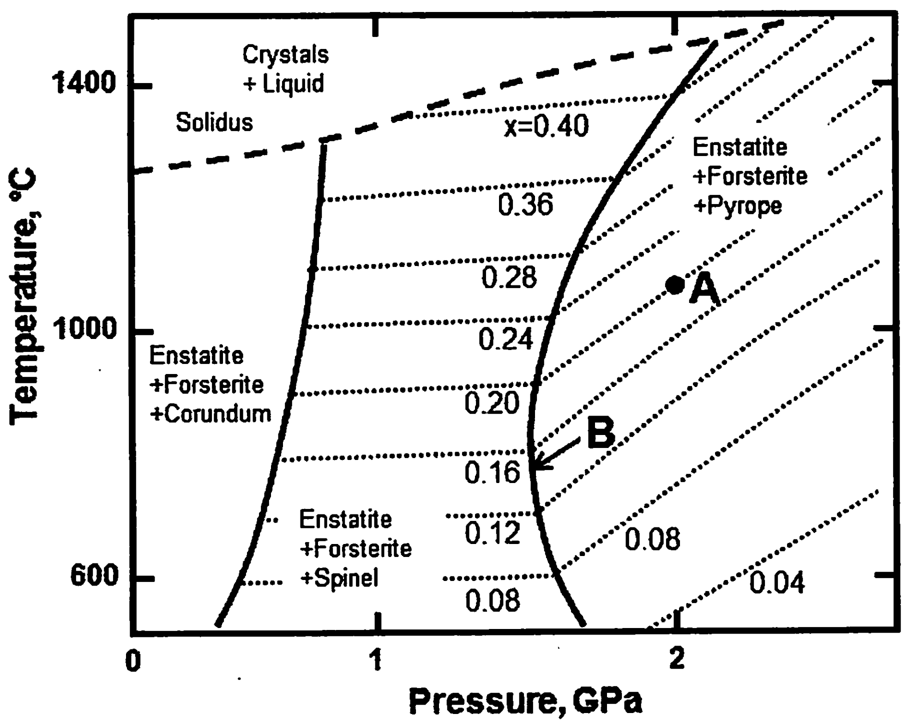


図2 MgO-SiO_2-Al_2O_3 系の相図

(1) 総化学組成が MgO, 51%; SiO_2, 43%; Al_2O_3, 6% (モル%)の場合，点 A(2 GPa, 1070°C) の条件では，forsterite (かんらん石，$Mg_6Si_3O_{12}$)，enstatite ($Mg_{(4-x)}Al_{2x}Si_{(4-x)}O_{12}$), pyrope (パイロープ，$Mg_3Al_2Si_3O_{12}$)の3相が平衡に共存する。それぞれの相の割合を計算する過程を示し，有効数字2桁の百分率(モル%)で答えよ。

(2) 相境界線 B は自由度1の univariant curve である。相境界線上の条件では，温度と圧力のうち一つの変数を与えれば，もう一方の変数と共存相の化学組成が一意的に決まる。このことを相律(phase rule)に基づいて説明せよ。

問題4 一般化学（100点）

以下の問い（問１〜問３）に答えよ。

問１ 下の表は15個のランタノイド元素のN殻，O殻，P殻の電子配置を表している。以下の設問（１）〜（５）に答えよ。

番号		N				O			P
		4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	6s
57	La	2	6	10	0	2	6	1	2
58	Ce	2	6	10	1	2	6	1	2
59	Pr	2	6	10	3	2	6		2
60	Nd	2	6	10	4	2	6		2
61	Pm	2	6	10	5	2	6		2
62	Sm	2	6	10	6	2	6		2
63	Eu	2	6	10	7	2	6		2
64	Gd	2	6	10	7	2	6	1	2
65	Tb	2	6	10	9	2	6		2
66	Dy	2	6	10	10	2	6		2
67	Ho	2	6	10	11	2	6		2
68	Er	2	6	10	12	2	6		2
69	Tm	2	6	10	13	2	6		2
70	Yb	2	6	10	14	2	6		2
71	Lu	2	6	10	14	2	6	1	2

（１）表に示されていない，ランタノイド元素の共通のK殻，L殻，M殻の電子配置を示せ。

（２）ランタノイド元素の3価イオンの化学的性質は非常によく類似している。その理由をイオンの電子配置にもとづいて説明せよ。

（３）ランタノイド元素のうち，イオン半径の最も大きなものを元素記号で記せ。

（４）原子番号の増減に対し，4f電子の数，5d電子の数に不規則な増減が見られる。この理由は4f軌道の安定性が電子の数によって異なるためである。どのような規則があるかを考察し，記せ。

（５）設問(４)の考察をもとに，ランタノイド元素のうち，2価あるいは4価の価数をとりやすいものを一つずつ選び，元素記号で記せ。

（次ページに続く）

問２　次の文章を読み，以下の設問（１）―（４）に答えよ。

水分子はおよそ 105 度の結合角で二つの水素が酸素と結合している。その際，水素が正の電荷を帯び，酸素が負の電荷を帯びているため，異なる水分子の水素と酸素間で引き付け合う。この力による結合を水素結合と呼ぶ。水素結合の力は水分子内の水素と酸素の結合力のおよそ 1/16 に過ぎないが，水の適度に折れ曲がった構造と適度な強さの水素結合により，様々な異常とも言える水特有の性質がもたらされている。例えば，蒸発熱は全ての分子の中で最も大きく、比熱，融解熱はアンモニアの次に大きい。融点と沸点は周期表の同族の元素の組み合わせから予想される値よりも異常に大きい。また，液体の水は固体の氷より比重が大きく，4℃で最大となる。水分子の折れ曲がりが分極をもたらし，多くのイオンの溶媒としての優れた性質をもたらしている。

（１）水分子の H-O-H の結合角は 90 度（直角）でも，180 度（直線）でもない。正四面体の二つの頂点と中心となす角，およそ 109 度よりも小さい。これについて，結合電子の軌道を考慮して 100 字程度で説明せよ。

（２）水分子が氷になる時，水分子中の酸素原子は正四面体の中心と四つの正四面体の頂点になるように配置する。氷と氷を強く押しつけると接着する“復氷”という現象について，そのメカニズムを分子の配置の変化に着目して説明せよ。

（３）もしも，水分子の H-O-H の結合角が 105 度ではなく，109 度であるとすると，水の融点はどう変わるであろうか。O-H 間の距離が変わらないとして答えよ。

（４）塩酸溶液と水酸化ナトリウム水溶液を混ぜると，体積が増加する。考えられる原因を挙げよ。

問３　カドミウムの水への溶解について考えよう。溶解度積（$[Cd^{2+}]\times[OH^-]^2$）を 10^{-14} mol^3 dm^{-9} とし，以下の設問（１）―（３）に答えよ。

（１）カドミウムは Cd^{2+} として溶解すると仮定して，pH10 で溶解するカドミウムの濃度（mol dm^{-3}）はいくらか。

（２）一方，水溶液中のカドミウムイオンは次式の酸解離反応により化学種が変化する。ただし *Ka* は酸解離定数である。

$$Cd^{2+} + H_2O = CdOH^+ + H^+ \qquad Ka = 10^{-8}$$

pH を x 軸に，カドミウムの化学種の比（$[CdOH^+]/[Cd^{2+}]$）を y 軸にとり，pH7 から 9 の範囲で，両者の関係をグラフに表わせ。

（３）カドミウムは Cd^{2+} の他に $CdOH^+$ としても溶解することを考慮して，pH10 で溶解するカドミウムの濃度（mol dm^{-3}）を求めよ。

問題５　地球化学　（１００点）

以下の問い（問１，問２）に答えよ。

問１　次の表は生体を構成するいくつかの元素について，CI コンドライト隕石，地殻，海洋における存在度の代表的な値を，全原子を 100 とした時の原子数で示したものである。この表を見て以下の設問（１）～（７）に答えよ。

元素記号	（カ）	CI コンドライト	地殻	海洋
H	1	30.43	2.9	66.2
（ア）	（キ）	4.07	0.056	0.001
N	7	0.34	0.007	< 0.001
（イ）	8	43.99	60.4	33.1
Na	（ク）	0.33	2.5	0.29
（ウ）	14	5.76	20.5	< 0.001
P	15	0.05	0.079	< 0.001
（エ）	17	0.03	0.011	0.34
Mn	25	0.05	0.037	< 0.001
（オ）	26	5.00	0.186	< 0.001

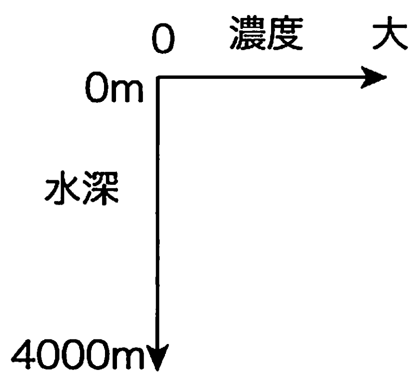
（１）　（ア）は，生体を構成する主な元素の一つである。この情報も参考にして元素（ア）～（オ）はそれぞれ何か答えよ。

（２）　（カ）に入る適切な言葉を答えよ。

（３）　（キ）（ク）に入る数字を答えよ。

（４）　元素（オ）はコンドライト隕石での元素存在度に比較して地殻での存在度が小さい。それはなぜか。主な理由を 30 字以内で述べよ。

（５）　元素の海洋での濃度の鉛直分布には，主に三つのパターンがある。Na，P，Mn の三つの元素について，解答用紙に，右図のようなグラフによって，おおよその鉛直分布を示せ。



（６）　元素 P が示す，海洋での鉛直分布の変化の理由を 20 字以内で述べよ。

（７）　元素（オ）の海洋での鉛直分布は Na，P，Mn の分布のうちどれに近いか答えよ。

（　次ページに続く　）

問2 次の炭素同位体に関する文章を読んで，以下の設問（1）～（5）に答えよ。

炭素には二つの安定同位体 ^{12}C と ^{13}C が存在し，その質量の違いにより，これらを成分とする分子などで物理的，化学的性質がわずかに異なる。同位体比の異なる二つの物質間や同じ物質の二つの相の間で同位体が分配されることを，同位体分別と呼ぶ。同位体比（$R={}^{13}C/{}^{12}C$）の変化は微小である。その組成は，試料の同位体比 Ra と標準物質の同位体比 Rs を用い，千分率としてデルタ（δ）値（単位 ‰（パーミル））で示される。炭素の同位体比は，海洋の炭酸塩では 0 ‰に近い値を示すが，陸上植物では −20 ～ −30 ‰と特徴的な値を示す。

炭素には放射性同位体 ^{14}C も存在し，上層大気中で宇宙線（中性子）によって生成する。^{14}C の半減期は 5730 年で，年代測定に利用されている。

（1）同位体分別が生じる過程は主に二つあり，一つは平衡下における同位体の分配（交換）である。もう一つの過程について 20 字以内で説明せよ。

（2）デルタ（δ）値を定義する式を，Ra と Rs を用いて示せ。

（3）ある物質の $\delta^{13}C$ 値が −30 ‰であった。標準物質に ^{12}C が 98.90 パーセント，^{13}C が 1.10 パーセント含まれているとして，この物質には ^{13}C が何パーセント含まれているか，計算過程を示し，有効数字三ケタで求めよ。

（4）ある植物化石中の $^{14}C/^{12}C$ 比は，その植物が生育していた時の 1/4 であった。この植物が枯れたのは何年前か。有効数字二ケタで求めよ。

（5）人類の活動は，大気中の $^{14}C/^{12}C$ 比に影響を及ぼしている。その事象を二つ挙げ，それぞれ 30 字以内で説明せよ。

問題６　熱力学（100 点）

以下の説明を参考にして問い（問１～問６）に答えよ。

熱力学的関数の全微分は，温度T，圧力P，エントロピーS，体積Vを用いて次のように表される。

エンタルピー	$dH = TdS + VdP$
ギッブスの自由エネルギー	$dG = VdP - SdT$
ヘルムホルツの自由エネルギー	$dF = -SdT - PdV$
内部エネルギー	$dU = TdS - PdV$

また，断熱体積弾性率，等温体積弾性率，定圧比熱，定積比熱，熱膨張係数は，それぞれ

$$K_S \equiv -V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S \qquad K_T \equiv -V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$$

$$C_P \equiv T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \qquad C_V \equiv T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \qquad \alpha \equiv \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

と定義される。

問１　次の関係式を導け。

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P$$

問２　温度2000 [K]において，定圧比熱$C_P = 1\times10^3$ [$\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$]，熱膨張率$\alpha = 2\times10^{-5}$ [$\mathrm{K^{-1}}$]，単位質量当たりの体積$V = 3\times10^{-4}$ [$\mathrm{m^3\cdot kg^{-1}}$]であるとする。この時，$\left(\dfrac{\partial T}{\partial P}\right)_S$の値を求めよ。

（　次ページに続く　）

問３　下の式中のxとyには，それぞれ熱力学的関数（U,F,H,G）のどれが当てはまるか答えよ。

$$V=\left(\frac{\partial x}{\partial P}\right)_T \qquad\qquad y=G+TS$$

問４　次の関係式（ギッブス・ヘルムホルツの式）を導け。

$$H=-T^2\left[\frac{\partial\left(G/T\right)}{\partial T}\right]_P.$$

問５　物質Ａの常圧P_0における定圧比熱が温度Tによらない，すなわち$C_P^{\mathrm{o}}(T)=C_0$（一定値）とする。常圧P_0，温度TにおけるＡのエントロピー$S^{\mathrm{o}}(T)$はどのように表されるか。ただし，常圧P_0，常温T_0におけるＡのエントロピーを$S^{\mathrm{o}}(T_0)$とする。

問６　同一組成で異なる構造を持つ相Ａと相Ｂの，圧力P，温度Tにおける体積差$\Delta V(P,T)$が，常圧P_0，温度Tでの体積差$\Delta V^{\mathrm{o}}(T)$で近似できるとする。この時，圧力P，温度Tにおける相Ａと相Ｂの平衡条件を，常圧P_0，温度TにおけるＡとＢのエンタルピー差$\Delta H^{\mathrm{o}}(T)$，エントロピー差$\Delta S^{\mathrm{o}}(T)$，および$\Delta V^{\mathrm{o}}(T)$を用いて表せ。

問題7　力学(100 点)

以下の問い（**問１～問３**）に答えよ。なお，解答欄には途中経過も記すこと。

問１　一定の加速度 a で鉛直に上昇するエレベータの中での運動について考える。エレベータの中で，質点を床から高さ h の所から，初速度 0 で落下させた場合，床に到達するまでの時間を求めよ。ただし，質点には鉛直下方に加速度 g の重力が働くものとし，空気抵抗は無視できるものとする。

問２　外半径 a，内半径 b の中が空洞になっている円盤(中空円盤)の，円盤の中心を通り円盤に垂直な軸の周りの慣性モーメントを求めよ。ただし，中空円盤の質量は M とし，中空円盤内の単位面積当たりの質量は一定とする。

問３　球形の雨滴が，静止している霧のなかを鉛直に落下しながら，霧の付着により成長する場合の雨滴の運動について考える。霧は雨滴の表面積に比例して付着するとする。時刻 $t=0$ における雨滴の半径を r_0，落下速度を v_0 とするとき，以下の数式 [A]～[G]を埋め，文章を完成させよ。ただし，dm, dr, dt, dv, dP は微小量であるとする。

時刻 t における雨滴の質量を m，半径を r，水の密度を ρ（一定）とすると，

$$m=\frac{4}{3}\pi r^3\rho \text{ より，} dm=[\mathrm{A}]\,dr \quad -(1)$$

ここでは、簡単のため，単位時間に単位表面積当たり質量 α の割合で霧が付着し，雨滴が成長すると仮定する。このとき，雨滴の質量変化は，

$$dm=[\mathrm{B}]\,dt \quad -(2)$$

となる。(1),(2)より dm を消去すると，

$$dr=[\mathrm{C}]\,dt \quad -(3)$$

なので，時刻 t における雨滴の半径 r は，

$$r=[\mathrm{D}] \qquad -(4)$$

となる。

ここで，鉛直下方を x 軸の正の向きにとり，雨滴の時刻 t における速度を v とする。重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗は無視できるものとし，雨滴に働く外力は重力のみであると仮定する。このときの雨滴の運動方程

（ 次ページに続く ）

式を考える。時刻 t における雨滴の運動量は，$P = mv$ である。時刻 $t{+}dt$ における運動量は，時刻 $t{+}dt$ における雨滴の速度を $v + dv$，質量を $m + dm$ とすると，

$$P + dP = [\mathrm{E}] \quad -(5)$$

となる。時刻 t と時刻 $t{+}dt$ の間における運動量変化は，その間に外から働いた外力の力積に等しいので，

$$dP = mgdt \quad -(6)$$

である。 (5) , (6)式より次の運動方程式が得られる。

$$\frac{d(mv)}{dt} = [\mathrm{F}] \quad -(7)$$

(3), (4), (7)式などを用いることにより，時刻 t における速度 v が求められる。速度 v を，r_0, a, t, v_0, g, ρ を用いて表すと，以下のようになる。

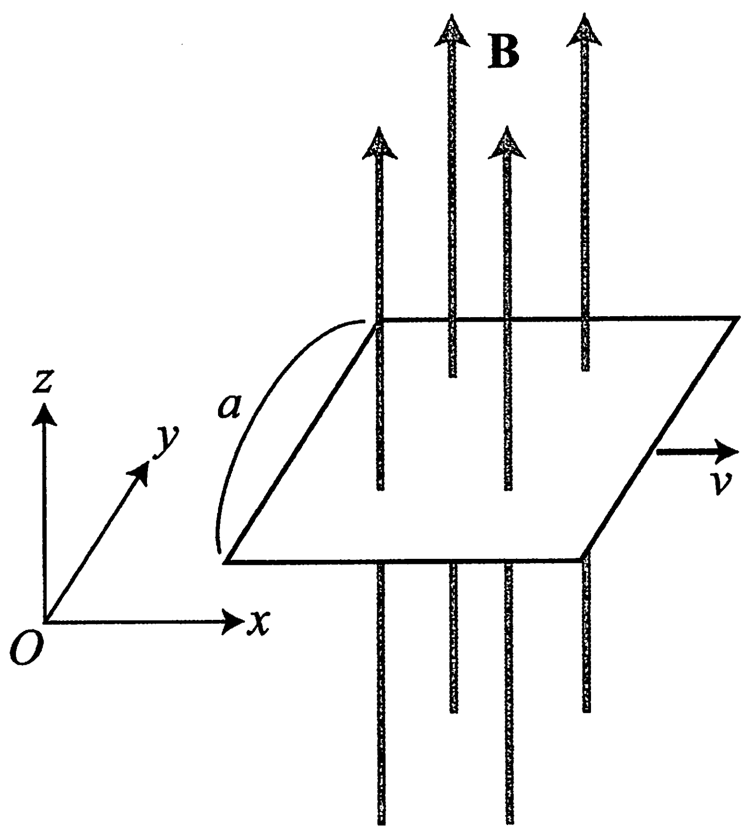
$$v = [\,\mathrm{G}\,]$$

問題8　電磁気学（100 点）

以下の問い（問1～問4）に答えよ。

問1　3次元空間に直交座標系(x, y, z)を導入する。半無限空間$x \leq 0$が導体（電気伝導度無限大）で満たされおり，$x > 0$は真空である。位置$(x, y, z) = (a, 0, 0)$ $(a > 0)$に正の点電荷qが静止しているとする。このとき，平面$y = 0$内における電気力線はどのようになるか，その概形を描け。ただし境界面$x = 0$付近における特徴をはっきりと示すこと。また電気力線の方向を矢印で示すこと。

問2　3次元空間に直交座標系(x, y, z)を導入する。z軸方向に向く非一様な磁場（磁束密度$\mathbf{B}$）があり，そのz成分は$B_z = B_0 + Ax$ (B_0, Aは定数)で表されx方向に変化している。一辺の長さがaの正方形のコイルを，各辺がx軸およびy軸に平行になるように置く（下図参照）。このコイルをx軸に沿って一定の速さvで動かすとき，コイルに生じる誘導起電力（コイルを1周回ったときの電位差）を求めよ。解答用紙には答えだけでなく，答えに至る道筋も示すこと。



（次ページに続く）

問3　真空中でかつ電荷も電荷による電流もない場合のMaxwellの方程式（微分形）を書け。さらに，Maxwellの方程式から磁場を消去し，真空中を伝わる電磁波の電場が満たすべき方程式を求めよ。ただし，結果だけでなく，どのような式変形をしたのかがわかるように記すこと。物理量の記号として，電場には$\mathbf{E}$を，磁場（磁束密度）には$\mathbf{B}$を，真空中の誘電率にはε_0を，真空中の透磁率にはμ_0を用いよ。それ以外の記号を用いる場合はきちんと定義すること。また，必要に応じて以下の公式を用いてよい。

（参考）$\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$を任意のベクトル関数，ϕ, ψを任意のスカラー関数とするとき，以下の関係が成り立つ。

$\nabla(\phi\psi) = \phi(\nabla\psi) + \psi(\nabla\phi)$

$\nabla\cdot(\phi\mathbf{C}) = \phi(\nabla\cdot\mathbf{C}) + \mathbf{C}\cdot(\nabla\phi)$

$\nabla\times(\phi\mathbf{C}) = \phi(\nabla\times\mathbf{C}) + (\nabla\phi)\times\mathbf{C}$

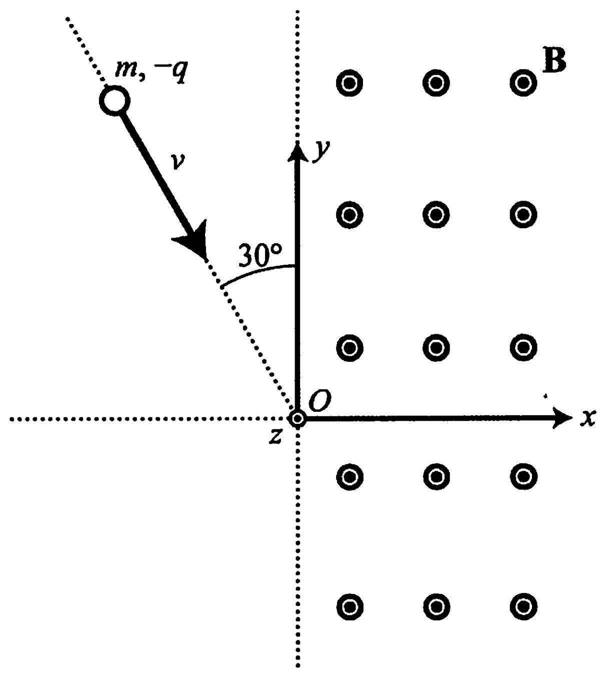
$\nabla\cdot(\mathbf{C}\times\mathbf{D}) = \mathbf{D}\cdot(\nabla\times\mathbf{C}) - \mathbf{C}\cdot(\nabla\times\mathbf{D})$

$\nabla(\mathbf{C}\cdot\mathbf{D}) = (\mathbf{C}\cdot\nabla)\mathbf{D} + (\mathbf{D}\cdot\nabla)\mathbf{C} + \mathbf{C}\times(\nabla\times\mathbf{D}) + \mathbf{D}\times(\nabla\times\mathbf{C})$

$\nabla\times(\mathbf{C}\times\mathbf{D}) = \mathbf{C}(\nabla\cdot\mathbf{D}) + (\mathbf{D}\cdot\nabla)\mathbf{C} - \mathbf{D}(\nabla\cdot\mathbf{C}) - (\mathbf{C}\cdot\nabla)\mathbf{D}$

$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{C}) = \nabla(\nabla\cdot\mathbf{C}) - \nabla^2\mathbf{C}$

問4　3次元空間に直交座標系(x, y, z)を導入する。$x \geq 0$においてz軸方向に向く磁束密度$\mathbf{B}$の一様磁場がある。また，$x < 0$では磁場はない。いま，質量がmで負の電荷$-q$ $(q > 0)$ をもつ粒子を，x-y面内において原点に向けて速さvで磁場に入射させる（下図参照）。図のように，入射粒子の速度と$-y$方向の角度が30°をなすとき，x-y面内において粒子はどのような運動をするか，その軌跡を描け（途中の計算などは示さなくてよい）。解答の図には，軌跡が一意に定まるように，特徴となる点の座標値を示しかつ簡単な説明をつけること。



問題 9　物理数学 (100 点)

以下の問い (**問 1**〜**問 4**) に答えよ。

問 1 次の関数 $f(x)$ をフーリエ級数に展開せよ。

$$f(x) = |\sin x|$$

問 2 対称行列に関する以下の設問 **(1)**〜**(3)** に答えよ。

(1) 次の対称行列 A について，固有値と長さ 1 の固有ベクトルを求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(2) 上で求めた行列 A の固有ベクトルが互いに直交することを示せ。

(3) 設問 (1)，(2) の結果を用いて，行列 A を対角化せよ。

問 3 次の常微分方程式の解を求めよ。

$$\frac{dy}{dx} = 1 - y^2, \quad y(0) = -3$$

問 4 複素関数に関する以下の設問 **(1)**〜**(3)** に答えよ。

(1) 次の複素関数 $f(z)$ を $z = 0$ においてテーラー展開せよ。

$$f(z) = e^z$$

(2) 次の複素積分 I_1 を求めよ。

$$I_1 = \int_C \frac{1}{z} dz$$

ただし，積分路 C は，単位円 $|z| = 1$ を反時計回りに一周する経路とする。

(3) 設問 (1)，(2) の結果を用いて，以下の複素積分 I_2 を求めよ。

$$I_2 = \int_C \frac{e^z}{z^2} dz$$

ただし，積分路 C は上の (2) と同じである。