

問題8 電磁気学 (100点)

以下の問い(問1～問3)に答えよ。

問1 次の文を読み、空欄(A)～(E)を埋めよ。ただし、(E)は数値で答えよ。

空気は固体地球と比べると非常によい絶縁体であるが、実際には有限な電気伝導率を持つため、電場がかかることにより伝導電流が流れる。今、地球を電荷  $Q$  が帯電した半径  $a$  の孤立した完全導体と見なし、その周囲を電気伝導率  $\sigma = 3 \times 10^{-14} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  の大気を取り巻いているものとする。また、真空中の誘電率は  $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$  とする。

この時、地球表面における半径方向 ( $r$  方向) の電場は  $E_r = (A)$  であり、その結果  $j_r = \sigma E_r$  の電流密度で地表面から大気中に向けて電流が流出する。地表面から出て行く総電流量  $I$  は  $Q$  と  $\sigma$  を用いて、 $I = (B)$  と書ける。一方、任意の面を貫く電流は、その面を単位時間当たりには通過する電荷量で定義されることから  $Q$  の時間変化が従う微分方程式は  $(C)$  で記述される。

この微分方程式の解は、最初に溜まっていた電荷を  $Q_0$  とすると、 $Q(t) = (D)$  となる。従って最初に蓄えられていた電荷は  $(E)$  秒程度の時間で  $1/e$  ( $e$  は自然対数の底) 程度にまで減衰することになる。以上により、何らかの充電機構が存在しない限り、地球上の表面電荷は有限な大気伝導度の存在により、 $(E)$  秒程度の時間スケールで消失することになる。

注 必要に応じて以下の単位換算を参照せよ。

$$[C] = [A \cdot s], [\Omega] = [V \cdot A^{-1}], [V] = [J \cdot C^{-1}], [J] = [N \cdot m]$$

問2 次の文を読み、文章中の空欄(ア)～(カ)を埋めよ。

孤立した一つの閉ループの自己インダクタンスを  $L$  とし、そこに流れる電流を  $I$  とした場合、このループを貫く磁束は  $\Phi = (\text{ア})$  である。従って、電流の時間変化に伴って励起される誘導起電力は  $V = (\text{イ})$  である。 $V$  に逆らって電流を増大させるためには外部から仕事をする必要がある。従って、

(次ページに続く)