

(問題7の続き)

- (5) おもりに働く重力による原点まわりの力のモーメント \vec{N} を, $m, l, g, \cos\phi, \sin\phi, \vec{i}, \vec{j}$ および \vec{k} のうち必要なものを用いて表せ。
- (6) \vec{L} と \vec{N} の間に成り立つ関係式を, \vec{L}, \vec{N} および時間 t による微分記号を用いて記せ。
- (7) 設問(3), (5), (6)で求めた式より, 角加速度 $\ddot{\phi}$ は
- $$\ddot{\phi} = -\frac{g}{l} \sin\phi \quad \dots \textcircled{1}$$
- という微分方程式で与えられることを証明せよ。
- (8) この系の力学的エネルギー E を, $m, g, l, \cos\phi, \sin\phi$ および $\dot{\phi}$ のうち必要なものを用いて表せ。ポテンシャル (位置エネルギー) の基準をどこにとったか明記すること。
- (9) ①式を用いて, 力学的エネルギーが保存することを証明せよ。
- (10) 角度 ϕ の絶対値が1に比べて十分に小さい場合, ①式は近似的に単振動の微分方程式になることを示し, 単振動の周期を求めよ。

問2 以下の設問(1), (2)に答えよ。

- (1) 質点のポテンシャル (位置エネルギー) がデカルト座標の関数 $U(x, y, z)$ で与えられている場合, そのポテンシャルによる力 \vec{F} はどのような式で与えられるか答えよ。問題文に与えられていない記号を用いる場合は, 記号の定義を記すこと。
- (2) 質量 M の質点Aと質量 m の質点Bが, 距離 r 離れているときの万有引力のポテンシャルは, 無限に離れているときを基準にとると

$$U(r) = -\frac{GMm}{r}$$

という式で与えられる。ここで G は万有引力定数である。質点Aが位置 (x_0, y_0, z_0) にあり, 質点Bが位置 (x, y, z) にあるときに質点Bに働く万有引力の z 成分 F_z を設問(1)で答えた式を用いて求めよ (途中の計算を詳しく記すこと)。