

(問題7の続き)

問2 宇宙空間に質量 m_1 の質点 A が存在している。また、時刻 $t=0$ において質点 A から距離 $R=r_0$ 離れた場所に微小な質量 m_2 の質点 B を配置する。 $t=0$ における質点 A, B の速度は 0 である。 $t>0$ で質点 B は質点 A の重力のみを受けて落下する。また、質点 A の質量は質点 B の質量より十分に大きい ($m_1 \gg m_2$) ために、質点 A の位置は変化しないとする。万有引力定数を G として、以下の設問(1)~(5)に答えよ。

- (1) 時刻 $t=0$ に、質点 B が質点 A に対して持つ位置エネルギーを示せ。ただし、無限遠方を基準とせよ。
- (2) 質点 B が落下し、 $R=a$ になった時の速さを v として質点 B が持つ力学的エネルギーを、 a と v を用いて示せ。
- (3) エネルギー保存則を用いて任意の位置 $R=r$ での質点 B の速さを示せ。
- (4) 設問(3)の結果を用いて質点 B が質点 A の位置に到達するまでの時間を計算せよ。このとき、 $r=r_0 \cos^2 \theta$ と変換すると式が簡単になるので用いてもよい。
- (5) 次に、質点 B を質点 A に対して図2のように配置し、大きさ v_0 の初速度を与えた。質点 B が質点 A に対して持つ角運動量の大きさを導出せよ。ただし、図のように b を定義した。

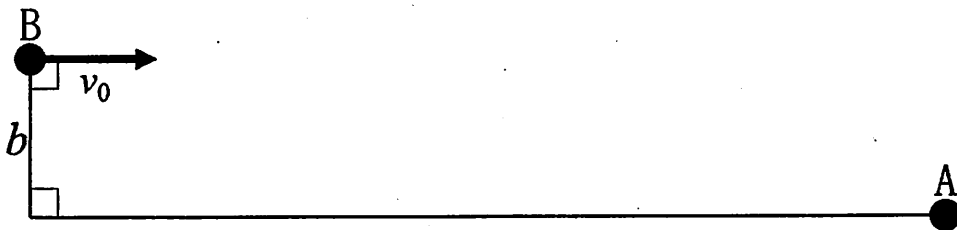


図2 初速度を与えた場合の質点(設問(5))の運動