平成２９年度
九州大学大学院理学府
修士課程地球惑星科学専攻
入学試験問題

（全１７ページ）

（２００点）

注意事項

(1) 次の配布物が正しく配られていることを確認すること。
　問題冊子　１冊
　解答用紙　２枚

(2) この問題冊子には，合計９題が出題されている。

問題１　地質学	**問題２　古環境学・古生物学**	**問題３　岩石学・鉱物学**
問題４　一般化学	**問題５　地球化学**	**<u>問題６　熱力学</u>**
<u>問題７　力学</u>	**<u>問題８　電磁気学</u>**	**<u>問題９　物理数学</u>**

(3) **<u>第１志望・第２志望ともに</u>**，岩石循環科学，地球進化史，古環境学，惑星系形成進化学，有機宇宙地球化学，無機生物圏地球化学，地球惑星物質科学，地球外物質学，地球惑星博物学の各研究グループを志望する受験生は，９問題のなかから任意に２問題を選択すること。

(4) **<u>第１志望または第２志望で</u>**，太陽地球系物理学，宇宙地球電磁気学，大気流体力学，気象学・気候力学，地球深部物理学，地球内部ダイナミクス，観測地震・火山学の各研究グループを志望する受験生は，**<u>問題６～問題９</u>**（上記の下線を引いた問題）のなかから少なくとも１問題を含む，合計２問題を選択すること。下線を引いた問題以外から２問題を選択した場合は，無効（０点）とするので注意すること。

(5) 解答は，問題毎に別の解答用紙を用い，枠内に記入すること（裏面使用可）。

(6) 二枚の解答用紙にそれぞれ，受験番号，氏名，選択した問題の番号を記入すること。

(7) この問題冊子は持ち帰ってよい。

問題１　地質学（100 点）

以下の問い（**問１，問２**）に答えよ。

問１　次の文章を読み，設問（１）～（４）に答えよ。

次の図１は，ある地域の未完成の地質図である。箱崎川に沿うルートでの観察では，岩体Aは(a)<u>結晶片岩</u>である。B層は岩体Aの上に不整合で重なる礫岩と砂岩よりなる地層で，基底部には結晶片岩の礫が含まれ，上部には凝灰岩層ｔがはさまれる。C層はB層の上に整合で重なる砂岩泥岩互層である。

元岡川に沿うルートを予察的に調査した結果，地点 P に凝灰岩層ｔが，地点 R に結晶片岩礫を含む礫岩が露出しているのを発見した。また，X—Y を通る右横ずれ断層があり，これが地点 Q で見られる褶曲の軸を切ることがわかった。なお，この地域には，上記以外の断層や褶曲はないことがわかっている。

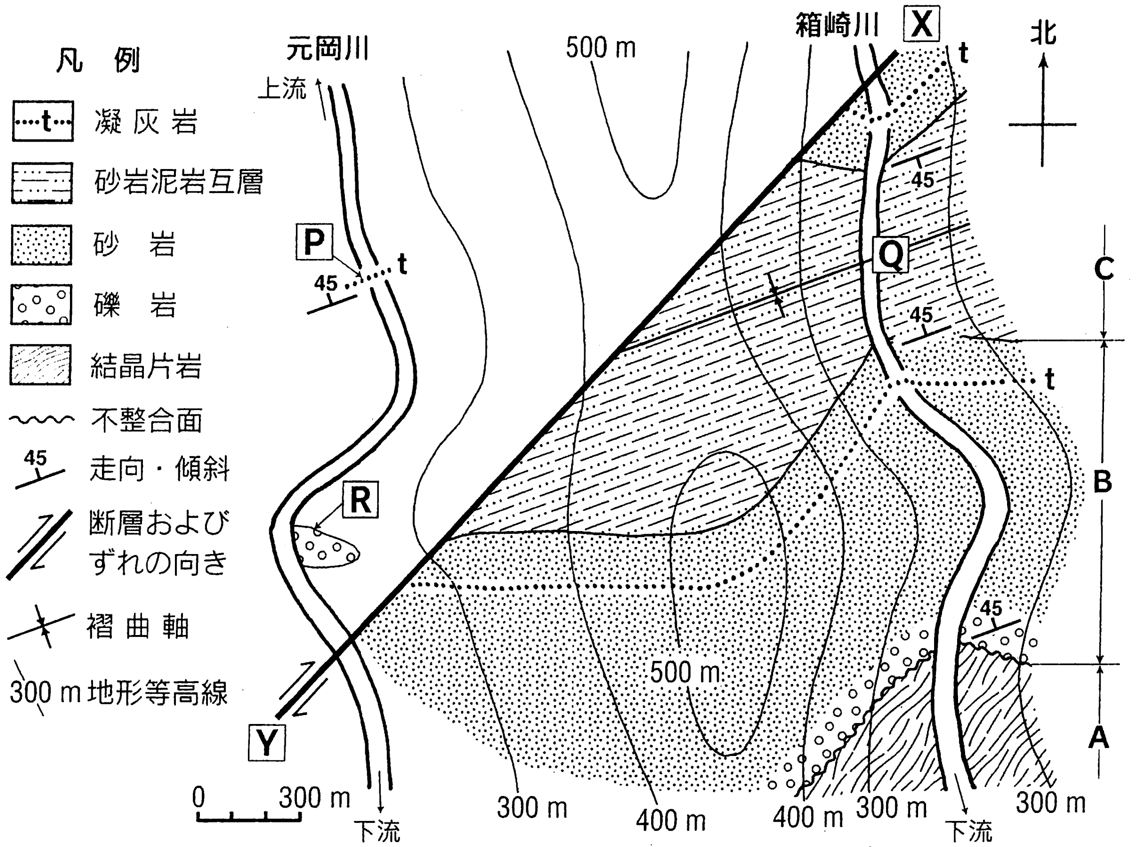

図１　未完成の地質図

（１）図１の地点Ｐに凝灰岩層ｔが露出している。これを手がかりにして元岡川に沿うルートでＢ層とＣ層の境界を見つけたい。どこを探せばよいか。地点Ｐより上流側か，下流側かを答えよ。また，その理由も記せ。

（　次ページに続く　）

（2）下線部（a）の結晶片岩は，低温高圧型の広域変成岩である。日本列島で低温高圧型変成岩が広く分布する構造帯名をひとつ挙げよ。

（3）次の図2は，C層中の砂岩泥岩互層のスケッチである。岩相ア～オをひとつのユニットとする堆積物の名称を答え，その形成過程を説明せよ。

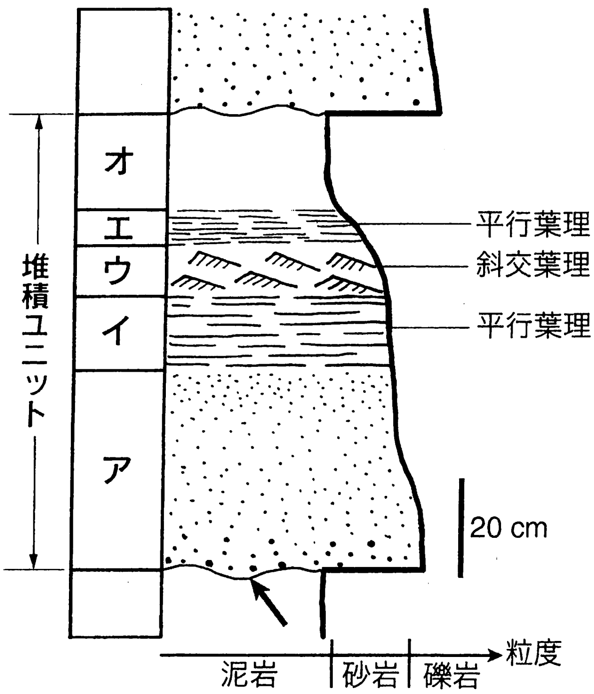

図2　砂岩泥岩互層のスケッチ

（4）上の図2中の堆積ユニットの基底面（矢印）に見られる堆積構造の例をひとつ挙げ，その成因を簡潔に説明せよ。

問2　次の10の用語から4つを選び，それらについて簡潔に解説せよ。

（1）スレート劈開（slaty cleavage）
（2）付加体（accretionary prism）
（3）縞状鉄鉱層（banded iron formation; BIF）
（4）ストークスの法則（Stokes' law）
（5）スタイロライト構造（stylolitic structure）
（6）バイオクラスト［生砕物］（bioclast）
（7）背弧海盆（back-arc basin）
（8）溶結凝灰岩（welded tuff）
（9）オリストストローム（olistostrome）
（10）ナップ（nappe）

問題2　古環境学・古生物学（100点）

以下の問い（**問1**，**問2**）に答えよ。

問1　下図は関東平野における約6000年前の貝塚の分布を示している。貝塚の分布は過去の海岸線の分布を復元する上で有用である。完新世の相対的海水準変動と海岸線の移動に関する設問（1）～（4）に答えよ。

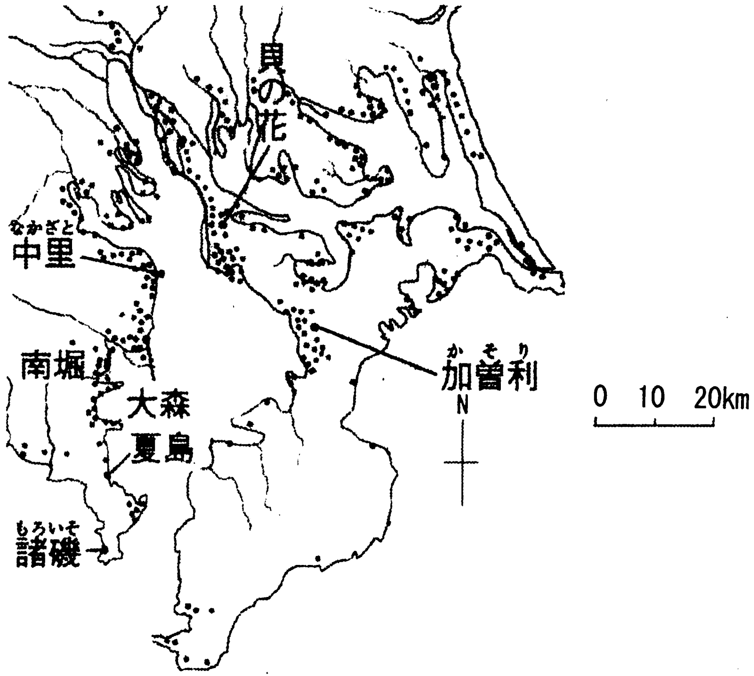

図　関東平野における約6000年前の海岸線と貝塚の分布
東木(1926)，松島(2006)などを簡略化
黒点は貝塚の分布，名称は主要貝塚名

(1)　貝塚の形成年代はどのようにして推定することができるか。例をひとつ示し説明せよ。

(2)　過去の海岸線の位置はどのようにして推定することができるか。貝塚の分布以外の方法をひとつ示し説明せよ。

(3)　過去の相対的な海水準はどのようにして推定することができるか。例をひとつ示し説明せよ。

(4)　これまでの研究結果では，約6000年前の関東平野における相対的な海水準は現在よりも数m高かったと推定されていることが多い。これについて下記の用語を用いて説明せよ。

グレイシオアイソスタシー，ハイドロアイソスタシー，地震性地殻変動

（　次ページにつづく　）

問２　下記の事項を説明せよ。

(1)　C4 植物の出現と繁栄
(2)　ペルム紀末の大量絶滅
(3)　海洋酸素同位体ステージ 5e
(4)　ヤンガードリアス
(5)　小氷期

問題３　岩石学・鉱物学（100 点）

以下の問い（問１，問２）に答えよ。

問１　以下の文章を読み，設問（１）～（４）に答えよ。

鉱物は天然に産する無機物質である。(A)その多くは３次元的に規則正しく原子やイオンが配列した，一定の範囲の化学組成を持つ物質である。規則正しい３次元的な原子やイオンの配列のことを結晶構造という。結晶の構造は，最小の繰り返し単位である単位胞中に原子やイオンを配列させた基底を空間格子の格子点に並べることで再現できる。一般に単位胞の形状は平行六面体であり，その形状は(B)6 つの定数で記述できる。

結晶で可能な対称の要素の組み合わせを考える際には，点対称操作とそれらに対応する点対称要素を用いる。組み合わせるのは，(C)5 種類の回転対称操作，5 種類の回反対称操作であり，32 通りある。

（１）下線部(A)に当てはまらない鉱物を一つ挙げ，その理由を述べよ。

（２）下線部(B)の 6 つの定数とはどのようなものであるか，図を描いて説明せよ。また，6 つの定数の値の特徴によって，7 つの晶系に分けることができる。７つの晶系の名称と，それぞれの格子定数の間の関係を述べよ。

（３）下線部(C)で述べたように，回転軸には 5 種類しかないことを証明せよ。

（４）単位胞の対称性も考慮すると，単位胞中に 1 個の格子点しか含まない単純格子（P 格子）以外に，単位胞中に複数の格子点を含む格子を選んだ方がよい場合がある。複数の格子点を含む格子には，面心格子（F 格子）以外にどのような格子があるか述べよ。

（次ページに続く）

問２　以下の文章を読み，設問（１）～（６）に答えよ。

上部マントルは主にカンラン岩からできている。カンラン岩の全岩化学組成は，SiO_2 と MgO を合わせると全体の 80wt%以上になる。このため，マントルにおける部分融解と結晶化の過程は，近似的に Mg_2SiO_4-SiO_2 系で論じることができる。

（１）カンラン岩を構成している鉱物を５つ挙げよ。

（２）図の領域(a)～(k)で安定な相の組み合わせを記せ。

（３）図(A)は高圧条件下における Mg_2SiO_4-SiO_2 系の相図である。C_1 という全岩化学組成を持ったカンラン岩が温度 T_1 にまで達すると，部分溶融し初生マグマ（液相）が発生する。C_1 がある組成範囲にあるときは同じ組成のマグマが発生する。その組成範囲を述べよ。

（４）全岩化学組成 C_1 のカンラン岩が高圧条件下で温度 T_1 において発生したマグマ（液相）がカンラン岩から分離して浅所に到達し結晶化がおきたとする。マグマから晶出した鉱物が取り去られなかった場合にどのように結晶化が進行するかを，図(B)を参照し図を描き，図を用いて説明せよ。

（５）（４）でマグマから晶出した鉱物が速やかに取り去られた場合は，（４）の結晶化とどのように違うかを，図を用いて説明せよ。

（６）図(B)を参考にして，火山岩中で共存することが無いと考えられる 2 種類の鉱物を記せ。

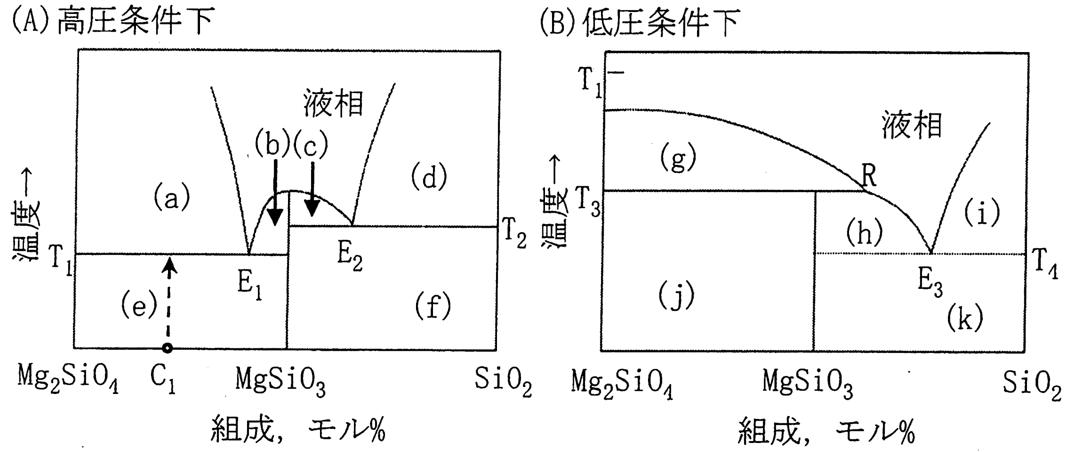

図　Mg_2SiO_4-SiO_2 系の相図　(A) 高圧条件下，(B)低圧条件下

問題4　一般化学（100 点）

以下の問い（問1，問2）に答えよ。

問1　金属元素の電子配置に関する以下の設問(1)～(4)に答えよ。

(1)　K（原子番号 19）の基底状態の電子配置は，$(1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^2(3p)^6(4s)^1$と示される。この例にならい Fe（原子番号 26），Co（原子番号 27）の基底状態の電子配置を示せ。

(2)　Fe の 3 価イオンの電子配置を示し，このイオンが安定に存在する理由を述べよ。

(3)　Fe の 3 価イオンの化合物の性質の一つとして，強い常磁性があげられる。この化合物が常磁性を示す理由を電子配置の視点から説明せよ。

(4)　La（原子番号 57）から Lu（原子番号 71）までの元素はランタノイドと呼ばれる。下の表に La から Pm（原子番号 61）までの原子の基底状態の電子配置の一部を示した。Xe と同じ電子配置の部分をまとめて[Xe]で示すと，例えば Ce の電子配置は，$[Xe](4f)^1(5d)^1(6s)^2$ と示すことができる。

(ア)　Xe の電子配置で，完全に充填されている電子殻 3 個の名称と電子の数を述べよ。

(イ)　Eu（原子番号 63）の基底状態の電子配置を示せ。

(ウ)　La と Eu のイオンで安定に存在すると予想されるイオンの価数は，それぞれ何価になるか。それぞれ一つずつ述べよ。

(エ)　ランタノイドの酸化物が，よく似た性質を示す理由を述べよ。

表　La から Pm までの原子の基底状態の電子配置。4s 軌道よりエネルギー準位の高い電子のみ示している。

元素	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s
La	2	6	10		2	6	1		2
Ce	2	6	10	1	2	6	1		2
Pr	2	6	10	3	2	6			2
Nd	2	6	10	4	2	6			2
Pm	2	6	10	5	2	6			2

（ 次ページに続く ）

問2 酸と塩基に関する以下の設問(1)，(2)に答えよ。

酸と塩基の定義には，ブレンステッドの定義とルイスの定義がある。

(1) ブレンステッドの定義によると，酸はプロトン(水素イオン)を与えることができる物質であり，その強さは，酸解離定数 Ka で与えられる。ある弱酸 AH は，

$$\mathrm{AH} \rightleftarrows \mathrm{A^-} + \mathrm{H^+}$$

のように解離し，その解離定数 Ka は，$2.0 \times 10^{-5}\ \mathrm{mol\ L^{-1}}$である。

(ア) Ka を表す式を示せ。

(イ) $0.010\ \mathrm{mol\ L^{-1}}$ の AH の水溶液 40 mL に，$0.020\ \mathrm{mol\ L^{-1}}$ の NaOH 水溶液を 10 mL 加えた。この水溶液の pH はいくらになるか。有効数字 2 桁で求めよ。
なお $\log 2 = 0.30$，$\log 3 = 0.47$，$\log 5 = 0.70$ とする。

(ウ) $0.010\ \mathrm{mol\ L^{-1}}$ の AH の水溶液 40 mL を中和するのに，$0.020\ \mathrm{mol\ L^{-1}}$ の NaOH 水溶液を用いた。この時，何 mL の水溶液が必要か。有効数字 2 桁で求めよ。

(エ) (ウ)の中和点の pH はどのくらいになるか。以下の(a)から(e)の中から最も適切であると思われるものを選び，その理由を添えて示せ。
(a) 1〜3 (b) 4〜6 (c) 7 (d) 8〜10 (e) 11〜13

(2) ルイスの定義による酸(ルイス酸)では，対となる酸塩基に着目し，硬い酸と塩基，柔らかい酸と塩基という考え方で，その相対的強さや化合物の挙動が説明される。

(ア) 硬い酸の特徴をイオン半径の点から説明せよ。

(イ) ハロゲン化銀の溶解度は，AgCl, AgBr, AgI の 3 つでどのように変わるか，簡単な理由を添えて説明せよ。

(ウ) ルイス酸はどのように定義されているか。(1)で示されているブレンステッドの酸の定義を参考に述べよ。

問題５　地球化学（100 点）

以下の問い（**問１**，**問２**）に答えよ。

問１　以下の文章を読み，設問 (1)〜(4)に答えよ。

地球は，地殻，マントル，コアといった構成単位からなる層構造をもっている。それぞれの構成単位の化学組成（元素存在度）を太陽系の元素存在度と比較することで，地球が形成される過程でどのような分化を経験したかを考えることができる。下に示す図は，地殻に濃縮あるいは欠乏している元素を調べるために，地殻の元素存在度と太陽系の元素存在度の比をとって，原子番号に対してプロットしたものである。図の上方にプロットされる元素は地殻に濃縮しており，下方にプロットされる元素は地殻に欠乏している。なお希ガスのように地殻にほとんど含まれない元素は図にプロットされていない。

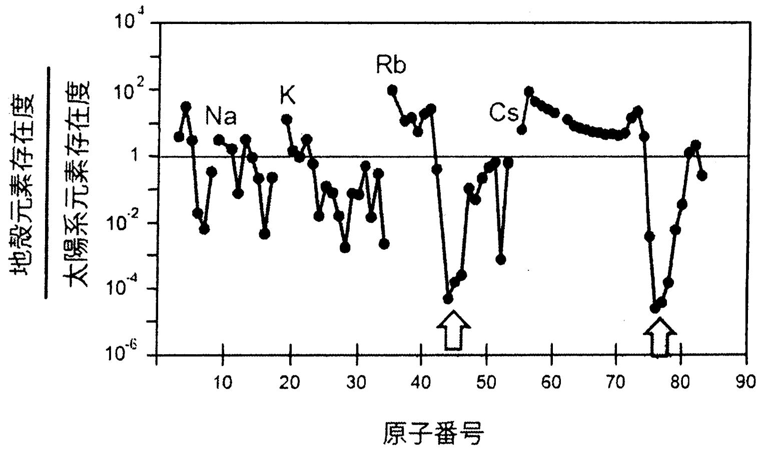

図　地殻元素存在度と太陽系元素存在度の比較

(1) 地殻の 99%は 8 つの元素から構成されている。このうち 6 つの元素を元素記号で示せ。

(2) 図中に元素記号が記されているのはアルカリ元素である。これらの元素は図の上方にプロットされており，地殻に濃縮していることがわかる。これらの元素が地殻に濃縮した理由を簡単に説明せよ。

(3) 図中に矢印で示したように原子番号 44〜46 の元素と原子番号 75〜79 の元素は，地殻に著しく欠乏している。これらの元素は，地球の分化の過程でどの構成単位に濃縮したと考えられるか。またそのように濃縮した理由を簡単に説明せよ。

(4) 太陽系の元素存在度は，太陽光の吸収スペクトルの解析とあるタイプの隕石の化学分析の結果から求められる。この特定のタイプの隕石の化学組成が太陽のそれとほぼ一致するということから，この隕石の形成過程としてどのようなことを推定できるか。簡単に説明せよ。

（次ページに続く）

問２　以下の文章を読み，設問（1）～(5)に答えよ。

人間活動による化石燃料の大量消費により，大気中の二酸化炭素濃度が著しく増加している。下の表は1990年から2000年までの二酸化炭素濃度と酸素濃度の増減をまとめたものである（濃度の単位 ppm は体積による)。二酸化炭素濃度は，1990年に352 ppm であったものが2000年には367 ppm に増加した。一方，同じ10年の間に化石燃料の燃焼によって大気中に放出された炭素量は6.4 Gt（ただし 1 Gt = 10^{15} g）であり，これをもとに大気中の二酸化炭素の濃度変化を推定すると30 ppm 増加すると計算される。濃度変化の推定量に比べて濃度変化の観測量が小さいことは，放出された二酸化炭素のうち，かなりの量が地球上のどこかで吸収されていたことを意味する。このような吸収源をミッシングシンクと呼び，当時の地球化学者の重要な研究対象となっていた。

表　1990年から2000年までの大気中の濃度変化

	濃度変化の観測量	濃度変化の推定量
二酸化炭素	+15 ppm	+30 ppm
酸素	-35 ppm	X

(1) 一般に化石燃料の燃焼によって二酸化炭素濃度が 1.0 ppm 増加する際には，酸素濃度が 1.4 ppm 減少すると考えられている。これをもとに1990～2000年の10年間に対する化石燃料の燃焼に伴う酸素の濃度変化を推定し，表中のXの値を求めよ。

(2) 同じ期間に酸素濃度は 35 ppm 減少していることが観測された。濃度変化の推定量と濃度変化の観測量が一致しなかったことは，大気中に放出された二酸化炭素の一部が光合成をする植物により固定され，その際に酸素が放出されたと考えると説明できそうである。この光合成の反応を化学式で示せ。ただし，固定されて生じる有機物を CH_2O で代表させよ。

(3) 植物の光合成により二酸化炭素濃度が 1.0 ppm 減少する際には酸素濃度が 1.0 ppm 増加すると仮定して，この10年間に植物の光合成により固定された炭素量を求めよ。

(4) (3)で計算された二酸化炭素の固定量では，ミッシングシンクによる吸収量をすべて説明するにはまだ不足している。光合成植物以外に考えられる重要な二酸化炭素のシンクをあげよ。

(5) 大気中の二酸化炭素濃度が増加するのに伴って，その炭素同位体比は ^{13}C に乏しい方向に変動している。その理由を簡単に説明せよ。

問題６　熱力学（100 点）

以下の問い（問１，問２）に答えよ。

問１ 次の文章を読んで，以下の設問 (a)～(c) に答えよ。

ヒートポンプとは，低温系から熱を奪って高温系に熱を放出する装置である。それを実現するためには，ヒートポンプに対して外から仕事をしなければならない。さて，サイクル過程（一連の変化の後に元の状態に戻るような過程）になるヒートポンプを考え，下の図の通り，1 サイクルの間にヒートポンプに対して外界がなす正味の仕事を $W(>0)$，ヒートポンプが低温系から奪う熱を $Q_L(>0)$，高温系に放出する熱を $Q_H(>0)$ とする。

ヒートポンプを暖房として使う場合は，高温系をさらに温めるのがヒートポンプの役割なので，その暖房効率を

$$\eta \equiv \frac{Q_H}{W}$$

と定義する。以下で，この暖房効率には，高温系の温度 T_H と低温系の温度 T_L のみで決まる上限があることを示す。

この 1 サイクルに対して，熱力学第一法則を当てはめると，

$$\boxed{\text{ア}} + W = \boxed{\text{イ}} \tag{1}$$

となる。熱力学第二法則（クラウジウスの不等式）は，

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{T_L} - \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \leq 0 \tag{2}$$

と書ける。これらの式 (1) と式 (2) から，暖房効率 η には上限 $\boxed{\text{カ}}$ があることがわかる。

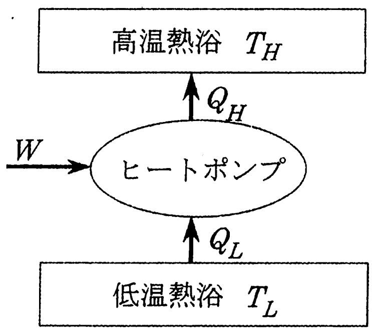

図 ヒートポンプの模式図

(a) $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ のそれぞれに入る記号として Q_H と Q_L から適切なものを選べ。

(b) $\boxed{\text{ウ}}$～$\boxed{\text{オ}}$ のそれぞれに入る記号として Q_H，Q_L，W，T_H，T_L から適切なものを選べ。

(c) $\boxed{\text{カ}}$ に入る T_H と T_L を用いた式を記せ。

（次ページに続く）

問２ エントロピーに関して，以下の設問 (a)〜(e) に答えよ。

(a) エントロピー S を温度 T と圧力 P の関数とみなす（モル数 n に対する依存性には着目しない）。このとき，

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \tag{3}$$

となることを示せ。ただし，V は体積である。

(b) 理想気体は，状態方程式が

$$PV = nRT \tag{4}$$

で与えられる気体である。ここで，R は気体定数である。これと式 (3) を使って，理想気体の $(\partial S/\partial P)_T$ を求めよ。

(c) １モルあたりの定圧比熱 c_P が

$$c_P = \frac{T}{n}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \tag{5}$$

と書けることを比熱の定義に基づいて説明せよ。

(d) (b) と (c) の結果を利用して，定圧比熱 c_P が定数である理想気体のエントロピー S が

$$S(T,P) = n\left(c_P \ln\frac{T}{T_0} - R\ln\frac{P}{P_0}\right) + S_0 \tag{6}$$

と書けることを示せ。ここで，温度が T_0，圧力が P_0 であるときのエントロピーを S_0 とする。

(e) (d) で考えた理想気体に対して，式 (6) を用いて，$(T,P) = (T_0, P_0)$ を通る断熱曲線上の温度 T を圧力 P の関数として求めよ。

問題７　力学（100点）

以下の問い（**問１～問３**）に答えよ。

問１　デカルト座標系 (x,y,z) における質量 m の質点の運動について考える。この座標系における x，y および z 方向の基本ベクトル（座標軸方向の単位ベクトル）をそれぞれ，$\vec{e}_x$，$\vec{e}_y$ および $\vec{e}_z$ で表す。質点に働く力が時間 t の関数

$$\vec{F}(t) = F_0\left\{\cos(\omega t)\vec{e}_x + \cos(2\omega t)\vec{e}_y + \sin(\omega t)\vec{e}_z\right\}$$

（ただし、$\omega > 0$）で与えられているとしよう。初期 $t=0$ における速度を $\vec{v}_0$ とする。時刻

$$t_1 = \frac{\pi}{2\omega}$$

における速度 $\vec{v}_1$ を m，F_0，ω，$\vec{e}_x$，$\vec{e}_y$，$\vec{e}_z$ および $\vec{v}_0$ のうち必要なものを用いて表せ。

問２　以下の文を読んで設問（1）～（6）に答えよ。

質量 m の質点のポテンシャル（位置エネルギー）が，位置ベクトル $\vec{r}$ の関数として

$$U(\vec{r}) = a\vec{r}^{\,2} + \vec{A}\cdot\vec{r}$$

という式で与えられる場合を考える。ここで a は正の定数，$\vec{A}$ は定ベクトルであり，$\vec{r}^{\,2} = \vec{r}\cdot\vec{r}$ である。

（1）質点に働く力 $\vec{F}$ を，a，$\vec{A}$ および $\vec{r}$ を用いて表せ。

（2）$\vec{F} = \vec{0}$ となる点の位置ベクトル $\vec{r}_0$ を，a および $\vec{A}$ を用いて表せ。

（3）$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_0$ とおくと，運動方程式は，時間 t に関する２階の常微分方程式

$$\ddot{\vec{R}} + \omega^2\vec{R} = \vec{0} \quad \cdot\cdot\cdot\text{①}$$

に書き換えられる。ω を，a および m を用いて表せ。ただし $\omega > 0$ とする。

（4）常微分方程式 ① の一般解を求めよ。問題文にない記号を用いる場合は，定義を記すこと。

（5）初期に原点 $\vec{r} = \vec{0}$ で静止していた質点の，時刻 t における位置ベクトル $\vec{r}$ と速度 $\dot{\vec{r}}$ を，t，m，a，および $\vec{A}$ のうち必要なものを用いて表せ。

（6）設問（5）の場合の，運動エネルギーの最大値，および位置エネルギーの最小値を，m，a，$\vec{A}$ のうち必要なものを用いて表せ。

（次ページに続く）

問3　以下の文を読んで設問（1）～（10）に答えよ。

机の表面上で，質量の無視できる長さ l の糸で支点 O に結ばれた質点 P が，初期に角速度 ω_0（ただし $\omega_0>0$ ）で反時計回りに円運動を始め，動摩擦力により減速し，有限の時間が経過したのちに静止した。この運動について考えよう。

鉛直上向きに z 軸をとり，机の表面が $z=0$ となるような右手系のデカルト座標 (x,y,z) を用いる。支点 O はデカルト座標の原点にあり，動かないとする。図のように糸が x 軸となす角度を φ とする（反時計回りを正とし，単位はradとする）。図のように 点 O から点 P に向かう方向の単位ベクトルを $\vec{e}_r$，それに垂直で φ が増える方向の単位ベクトルを $\vec{e}_\varphi$ とする。また，z 軸の正方向（鉛直上向き）の単位ベクトルを $\vec{e}_z$ とする。さらに，質点 P の質量を m，重力加速度の大きさを g，質点と机の表面の間の動摩擦係数を μ' とする。また，φ の時間による1階の導関数（角速度） $\dot{\varphi}$ をω で表すことにする。以下の設問（1）～（10）に m，g，μ'，l，φ，ω，ω_0，$\vec{e}_r$，$\vec{e}_\varphi$ および $\vec{e}_z$ のうち必要なものを用いて答えよ。ただし，ベクトル量は，大きさだけでなく方向も含めた式で表すこと。

（1）質点の速度を求めよ。

（2）質点の原点まわりの角運動量を求めよ。

（3）質点に働く重力を求めよ。

（4）質点に机から働く垂直抗力を求めよ。

（5）質点が反時計回りに円運動しているときの，質点に働く動摩擦力を求めよ。

（6）質点が反時計回りに円運動しているときの，質点に働く向心力を求めよ。

（7）質点が反時計回りに円運動しているときの，質点に働く力の合力を求めよ。

（8）設問（7）で求めた合力による原点まわりの力のモーメントを求めよ。

（9）質点が静止するまでの時間を求めよ。

（10）質点が静止するまでの間の，動摩擦力による仕事を求めよ。

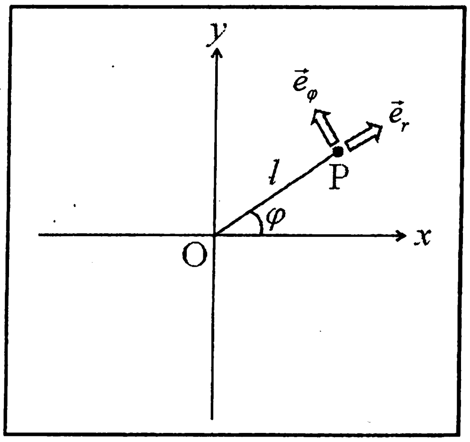

図. 机の表面上において，質点 P が支点 O と長さ l の糸で結ばれている。糸と x 軸のなす角は φである（反時計回りを正とする）。

問題8　電磁気学（100 点）

以下の問い（**問1～問4**）に答えよ。

問1　電磁場のポテンシャルに関する以下の設問（1），設問（2）に答えよ。ただし $\boldsymbol{r}$ は空間の位置ベクトルを表す。

（1）磁場（磁束密度）$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$をベクトル・ポテンシャル$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$で表せ。

（2）静電場$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$をスカラー・ポテンシャル$\phi(\boldsymbol{r})$で表せ。

問2　図1のように，厚さが $2d$ で x 方向の一様な電流密度（ベクトル量$\boldsymbol{j}$，大きさj）をもつ電流層がある。電流層は無限に広い平面で，xy 平面に平行である（図1は無限に広い平面の一部分を描いてある）。電流層が$-d \leq z \leq d$ の位置にあるように座標軸を設定したとき，電流層の電流が電流層内外に作る磁場（磁束密度）の向きを明示し，その大きさを z の関数として求めよ。ただし真空の透磁率を μ_0 とする。

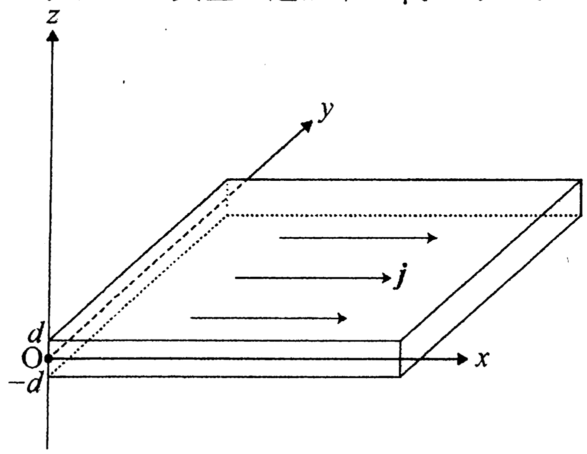

図1

問3　図2のように，辺の長さが $3a$，$4a$，$5a$ である三角形 ABC の頂点に，$+2q$，$-q$，$-q$（$q>0$）の電荷が置かれている。設問（1），設問（2）に答えよ。ただし真空の誘電率を ε_0 とする。

（1）頂点Cに置かれた電荷に働く力（大きさおよび向き）を求めよ。

（2）辺 AB の中点 M における静電ポテンシャルを求めよ。ただしポテンシャルの基準点を無限遠方にとり，無限遠方でのポテンシャルを0とする。

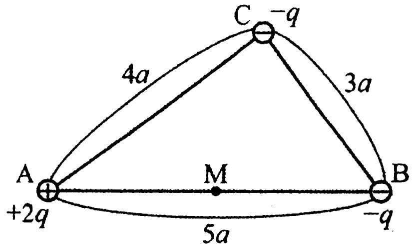

図2

（　次ページに続く　）

問４　図３のように電気抵抗（抵抗値 R），コンデンサー（電気容量 C），コイル（インダクタンス L），電池（起電力 V）からなる回路がある。S0，S1，S2 はスイッチである。最初スイッチ S0 は S1 とも S2 ともつながれておらず，コンデンサーの両極の電荷 Q は 0 であった。スイッチ S0 を S1 につなぎ，コンデンサーを充電した。充分時間が経過した後，スイッチ S0 と S1 を切り離し，続いて S0 を S2 に接続した。設問（１）～（４）に答えよ。

（１）スイッチ S0 を S1 につないで充分時間が経過したとき，コンデンサーに蓄えられている電荷 Q とコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーはいくらか。

（２）スイッチ S0 を S1 につないでからコンデンサーの充電が終わるまでのコンデンサーの電荷 Q を時間 t の関数として表せ。ただし S0 を S1 につないだ時刻を $t=0$ とする。

（３）スイッチ S0 を S1 につないでからコンデンサーの充電が終わるまで，電気抵抗で発生した全ジュール熱はいくらか。

（４）スイッチ S0 を S2 につないだ後，コンデンサーの電荷 Q はどのように変化するか。S0 を S2 につないだ時刻を新たに $t=0$ と定義しなおして，Q を時間 t の関数として表せ。

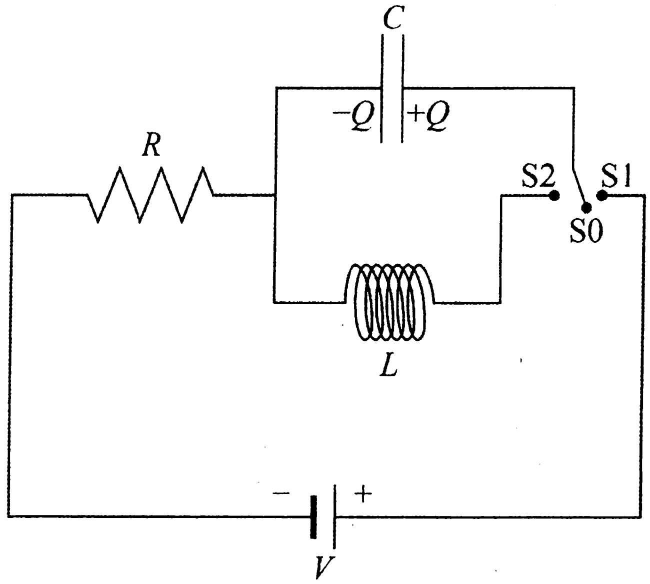

図３

問題９　物理数学 (100点)

以下の問い (**問１～問５**) に答えよ。解答用紙には計算の途中経過も書くこと。

問１　2つの複素数 $z_1(=x_1+iy_1)$，$z_2(=x_2+iy_2)$ に対し，次の式 (1)，(2) が成り立つことを示せ。ただし，i は虚数単位，x_1，x_2，y_1，y_2 は実数とする。

(1)　$2(|z_1|^2+|z_2|^2)=|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2$

(2)　$|z_1+z_2|\leq|z_1|+|z_2|$

問２　3次元直交直線座標系 (x,y,z) のベクトル関数 $\boldsymbol{A}=(A_x,A_y,A_z)$ に関して，$\nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})$ を計算せよ。

問３　次の連立方程式が $x=y=z=0$ 以外の解を持つときの α をすべて求めよ。また，そのときのいずれか1つの α に対して，解の例を一組のみ記せ。

$$\begin{cases} x+2y+3z = \alpha x \\ 4x+3y+2z = \alpha y \\ x+y+z = \alpha z \end{cases}$$

問４　以下の (1)，(2) の常微分方程式の解を，それぞれの境界条件の下で求めよ。

(1) $\dfrac{d^2x}{dt^2}-2\dfrac{dx}{dt}-3x=0$　　境界条件は，$t=0$ で，$x=0$，$\dfrac{dx}{dt}=4$

(2) $\dfrac{d^2x}{dt^2}+2\dfrac{dx}{dt}+5x=0$　　境界条件は，$t=0$ で，$x=2$，$\dfrac{dx}{dt}=-2$

問５　次の周期 2π の関数 $f(x)$ をフーリエ級数に展開せよ。

$f(x)=|x|\quad(-\pi<x\leq\pi)$