

## 問題6 力学 (100点)

以下の文章を読んで問い(問1, 問2)に答えよ。計算の途中経過も書くこと。

次ページの図1のように、水平方向右向きを $x$ 軸正方向とし、鉛直方向上向きを $z$ 軸正方向とする。関数 $z = ax^2$ で表わされる放物線の形状を持った摩擦のない床の上を運動する質点を考えよう。質点の運動は $x-z$ 平面内であり、また $x=0$ (点 $O$ )周辺の非常に小さな領域に限られるため、質点の $z$ 方向の変位は $x$ 方向の変位と比べて充分小さいと考えてよい。 $a$ は正の定数とし、重力加速度の大きさを $g$ とする。

問1 設問(1)～(4)に答えよ。

- (1) 質量 $m$ を持つ質点の $x$ 方向の運動は単振動と考えることができ、時刻 $t$ におけるこの質点の $x$ 座標 $x(t)$ に関する微分方程式は以下の式に書ける。

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

この単振動の角振動数 $\omega$ を $a, m, g$ のうち必要なものを用いて表わせ。

- (2) この質点を $x=L$ に置き、時刻 $t=0$ に静かに離す。この場合について、設問(1)の微分方程式を解いて $x(t)$ を求めよ。解答には $\omega$ を用いてよい。

- (3) 同じ質点を点 $O$ ( $x=0$ )に置き、時刻 $t=0$ に速度の $x$ 成分 $v_0$ を与える。

この場合の $x(t)$ を求めよ。解答には $\omega$ を用いてよい。

- (4)  $x=L$ に置いた質量 $m$ の質点1を時刻 $t=0$ において静かに離す。また同じ質量 $m$ を持つもう一つの質点2に、時刻 $t=0$ において $x=0$ で速度の $x$ 成分 $v_0$ を与える。この質点1と2が最初に衝突する点の $x$ 座標を答えよ。た

だし、 $L > 0$  かつ  $v_0 > 0$  であり、さらに  $v_0 = \omega L$  という関係があるとする。

( 次ページに続く )