

平成30年度  
九州大学大学院理学府  
修士課程地球惑星科学専攻  
入学試験問題

(全15ページ)  
(200点)

注意事項

- (1) 次の配布物が正しく配られていることを確認すること。  
問題冊子 1冊  
解答用紙 2枚
- (2) この問題冊子には、合計8題が出題されている。  
問題1 地質学                      問題2 古環境学・古生物学                      問題3 岩石学・鉱物学  
問題4 化学                              問題5 熱力学                              問題6 力学  
問題7 電磁気学                      問題8 物理数学
- (3) 第1志望・第2志望ともに、岩石循環科学、地球進化史、古環境学、惑星系形成進化化学、有機宇宙地球化学、無機生物圏地球化学、地球惑星物質科学、地球外物質学、地球惑星博物学の各研究グループを志望する受験生は、8問題のなかから任意に2問題を選択すること。
- (4) 第1志望または第2志望で、太陽地球系物理学、宇宙地球電磁気学、大気流体力学、気象学・気候力学、地球深部物理学、地球内部ダイナミクス、観測地震・火山学の各研究グループを志望する受験生は、問題5～問題8（上記の下線を引いた問題）のなかから少なくとも1問題を含む、合計2問題を選択すること。下線を引いた問題以外から2問題を選択した場合は、無効（0点）とするので注意すること。
- (5) 解答は、問題毎に別の解答用紙を用い、枠内に記入すること（裏面使用可）。
- (6) 二枚の解答用紙にそれぞれ、受験番号、氏名、選択した問題の番号を記入すること。
- (7) この問題冊子は持ち帰ってよい。

問題1 地質学 (100点)

以下の問い(問1～問4)に答えよ。

問1 図1について、設問(1)～(7)に答えよ。石炭系、上部三畳系はそれぞれA層からB層、C層からH層に向かって順に年代が新しくなる。

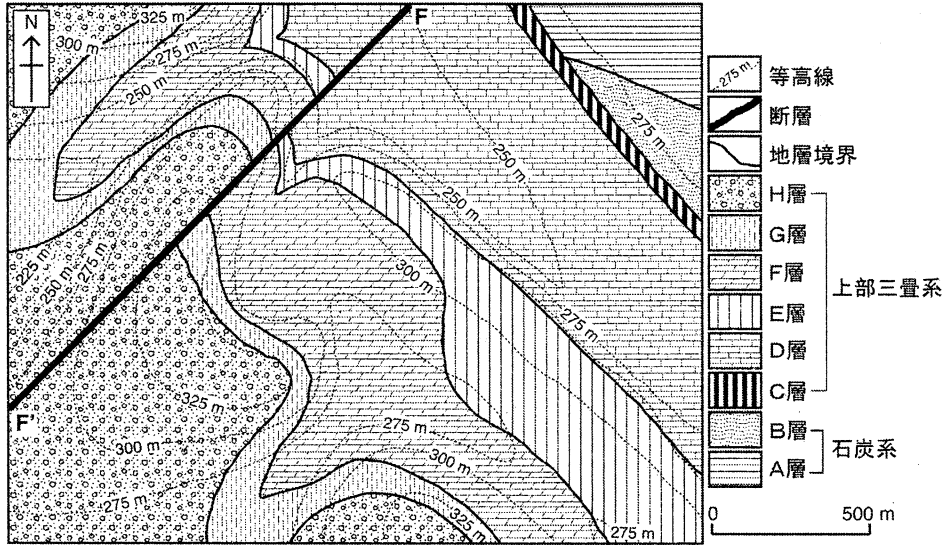


図1 ある地域の地質図 (Maltman, 1998 を改作)

- (1) 断層F-F'の南東に分布する上部三畳系(C層～H層)の地層群の傾斜の向きとして適切なものを下の語群から選び記号で答えよ。  
(ア) 北東, (イ) 北西, (ウ) 南東, (エ) 南西
- (2) 断層F-F'の北西に分布する上部三畳系(D層～H層)の地層群の走向として適切なものを下の語群から選び記号で答えよ。  
(ア) 北東-南西, (イ) 北西-南東, (ウ) 東西, (エ) 南北
- (3) B層とC層の関係を表す最も適切な用語を下の語群から選び記号で答えよ。  
(ア) 整合, (イ) 傾斜不整合, (ウ) 平行不整合, (エ) 貫入
- (4) 断層F-F'の断層面の傾斜に関する記述として適切なものを下の語群から選び記号で答えよ。  
(ア) 北東に低角度で傾斜する, (イ) 北東に高角度で傾斜する, (ウ) 垂直である, (エ) 水平である, (オ) 北西に低角度で傾斜する
- (5) 石炭紀の示準化石として**不適切なもの**を下の語群から選び記号で答えよ。  
(ア) 紡錘虫, (イ) コノドント, (ウ) アンモノイド, (エ) ケイ藻
- (6) D層はウーイドに富む海成石灰岩からなる。D層の堆積環境を述べよ。
- (7) H層は土石流堆積物からなる。土石流堆積物の特徴を述べよ。

(次ページに続く)

(問題1の続き)

問2 次の(1), (2)の設問に答えよ。

- (1) フルートキャストとグループキャストの形態上の類似点と相違点を記せ。
- (2) 三日月湖の成因を記せ。

問3 堆積物の形成が強く気候に支配されている場合, その堆積物は形成当時の気候を推定するための有力なツールとして利用できる。次の(1)~(4)はそのような堆積物の例である。(1)~(4)について形成当時の気候条件を簡潔に述べよ。

- (1) 岩塩 (halite または rock salt)
- (2) ボーキサイト (bauxite)
- (3) 石炭 (coal)
- (4) ティライト (tillite)

問4 図2は相対的な海水準変動の影響下にある陸棚域の堆積断面を示す。これについて設問(1), (2)に答えよ。

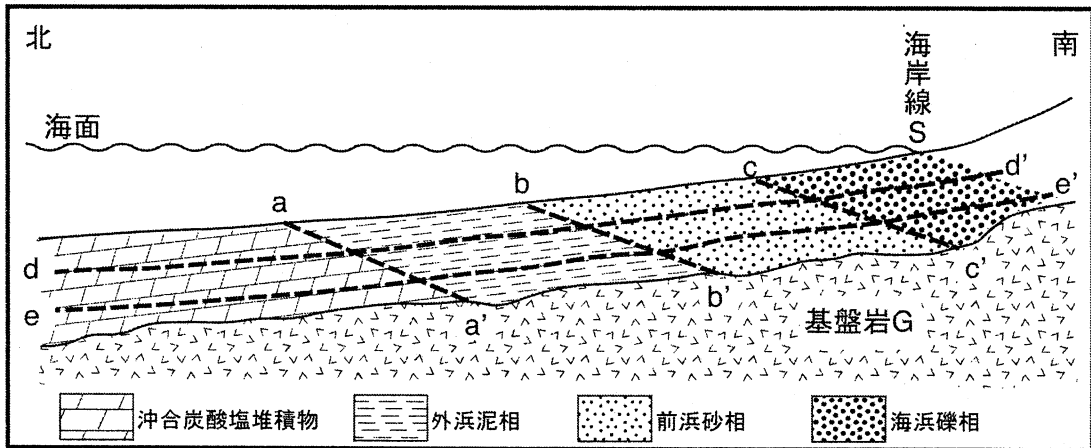


図2 ある地域の海岸線Sに直交する南北方向の堆積断面

- (1) 次の(ア)~(オ)から等(同)時間面と考えられるものをすべて選んで記号で答えよ。
  - (ア) a-a', (イ) b-b', (ウ) c-c', (エ) d-d', (オ) e-e'
- (2) 次の(ア)~(ウ)の文章から, この地域の堆積物に記録された海進と海退に関する記述として正しいものを1つ選んで記号で答えよ。
  - (ア) 海進, 海退ともに複数回起きた。
  - (イ) 時間とともに海退が進行した。
  - (ウ) 時間とともに海進が進行した。

## 問題2 古環境学・古生物学 (100点)

以下の問い(問1～問3)に答えよ。

問1 生層序は、地層を含有化石の特徴に基づいて化石帯 (biozone) に区分することで構築される。これについて設問(1)～(3)に答えよ。

- (1) 化石帯による層序対比の原理について50字程度で説明せよ。
- (2) 化石帯に数値年代を与える方法を一つ挙げ、100字程度で説明せよ。
- (3) 化石帯を用いて、地理的に離れた地層の対比と年代決定を行う際に注意すべきことを簡潔に説明せよ。

問2 次の6つの用語から3つを選び、それぞれ50字程度で説明せよ。

- (1) ホロタイプ「完模式標本」(holotype)
- (2) チョーク層(chalk)
- (3) 三角貝(trigoniids)
- (4) 床板サンゴ(tabulate corals)
- (5) 暁新世—始新世温暖化極大事件(Paleocene-Eocene thermal maximum)
- (6) 縞状鉄鉱層(banded iron formation)

( 次ページにつづく )

( 問題2のつづき )

問3 次の文を読んで設問(1)～(4)に答えよ。

過去80万年間の気候は、10万年周期で大陸氷床の消長を繰り返す氷期-間氷期サイクルで特徴づけられる。氷期には、大陸氷床が特に北半球で発達した(図1)。セルビアの科学者ミルティン・ミランコビッチは、地球の軌道要素の周期的な変動が、ある季節に地球に入射する日射量の緯度分布を変化させることで、氷期-間氷期サイクルを生み出したという説を提唱した。

- (1) 過去に大陸氷床が発達した地質学的証拠となるものを一つ挙げよ。
- (2) アイスアルベドフィードバックについて100字程度で説明せよ。
- (3) ミランコビッチの説によると、北半球における夏季日射量が、大陸氷床量の変動に重要である。その理由を150字程度で説明せよ。
- (4) 現在、海洋全体に貯えられている水の量(重量)は、大陸氷床に貯えられている水の量の約55倍である。それらの酸素同位体比は、氷床の平均で-50‰、海水の平均で0‰である。氷床が全て融解すると、海水の酸素同位体比は何‰になるか有効数字1桁で求めよ。

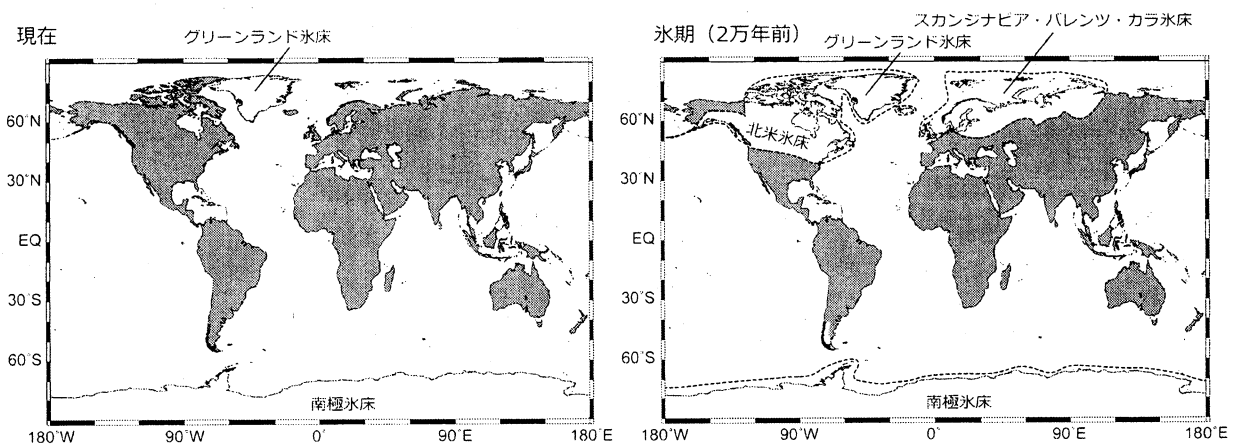


図1 現在(左)と氷期(右)における大陸氷床分布(Wilson et al., 2000を改変)。右図の点線で囲まれた地域が、推定される氷期の大陸氷床を示す。

### 問題3 岩石学・鉱物学 (100点)

以下の問い(問1, 問2)に答えよ。

問1 次の文章を読み, 設問(1)～(5)に答えよ。

多くの鉱物の結晶構造は (A) イオン結合によって安定化している。この結晶構造は温度や圧力によって変化し, (B) ある鉱物が化学組成の同じ別の鉱物になることがある。また, カンラン石のように (C) ある陽イオンを, 同じ価数をもつ似たイオン半径の陽イオンで置き換えることもある。多くの鉱物中の陽イオンの配位数は, 陽イオンの半径  $R_c$  と陰イオンの半径  $R_a$  の比  $R_c/R_a$  が大きいほど大きくなる。

- (1) 下線部 (A) について, イオン結合以外の化学結合を1つ挙げ説明せよ。
- (2) 下線部 (B) について, このような鉱物間の関係の名称を答えよ。また, この関係にある鉱物対を1例挙げよ。また, その化学組成を記せ。
- (3) 下線部 (C) について, このような性質をもつ物質の名称を答えよ。また, この性質を持つ鉱物をカンラン石以外に1つ挙げよ。
- (4) 次の図を参考に, 直近の陰イオンに接する陽イオンが6配位をとり得る半径比  $R_c/R_a$  の最大値と最小値を有効数字2桁で求めよ。途中の計算も記すこと。

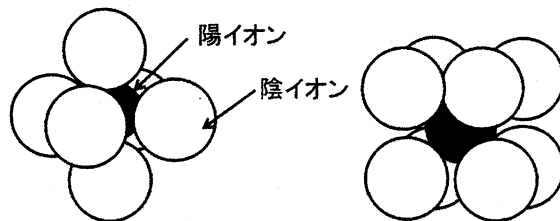


図1 6配位(左)と8配位(右)の模式図

- (5) あるカンラン石の化学組成を分析したところ, 重量パーセントで,  $\text{SiO}_2 = 41.23\%$ ,  $\text{MgO} = 50.87\%$ ,  $\text{FeO} = 7.90\%$  だった。酸素数を4とした時のこのカンラン石の化学式を有効数字3桁で求めよ。途中の計算も記すこと。ただし,  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{MgO}$ ,  $\text{FeO}$  の分子量を60.1, 40.3, 71.9とする。

(次ページに続く)

(問題3の続き)

問2 次の文章を読み、設問(1)～(3)に答えよ。

上部マントルは主にカンラン石、単斜輝石、斜方輝石からなるカンラン岩で構成される。  
(A) カンラン岩が部分融解して生じるメルトは浅所でマグマ溜まりを形成し、(B) 結晶分化すると考えられる。

- (1) 下線部(A)について、カンラン岩がカンラン石、単斜輝石、斜方輝石のみからなり、化学組成が  $MgO$ ,  $CaO$ ,  $SiO_2$  の3成分で表現できると仮定すると、圧力一定の時、最低温度で生じるメルト(液相)の化学組成は、構成鉱物の量比にかかわらず一定となる。この現象を相律を用いて説明せよ。
- (2) 下線部(B)について、下図は1気圧での  $Mg_2SiO_4 - SiO_2$  の2成分系の定性的な相図である。図中の a, b, c, d の領域で安定な相の組合せを記せ。

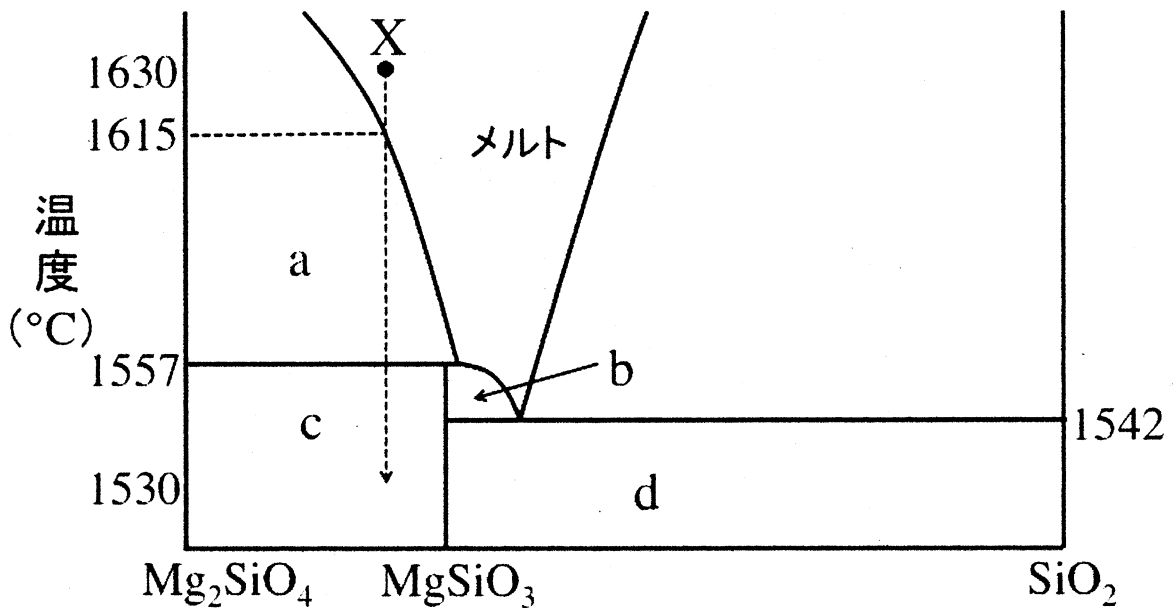


図2 1気圧での  $Mg_2SiO_4 - SiO_2$  の相図

- (3) 図2の中で、化学組成 X の液を  $1630^{\circ}C$  から  $1530^{\circ}C$  まで冷却する。この過程で液の組成や晶出する鉱物の種類はどのように変化するか記せ。ただし、晶出する鉱物は液から速やかに除かれると仮定する。必要であれば図をフリーハンドで解答用紙に写し、記号を加えて説明してもよい。

## 問題 4 化学 (100 点)

以下の問い (問 1, 問 2) に答えよ。

問 1 以下の文を読み, 以下の設問 (1) ~ (6) に答えよ。

水の電離は次に示すように自己プロトリススによって起こる。



この反応の平衡定数は

$$K_w = [\text{OH}^-][\text{H}_3\text{O}^+]$$

となり, この平衡定数を水のイオン積という。水のイオン積は 25 °C において,

$$K_w = 10^{-14.0} (\text{mol dm}^{-3})^2$$

である。

溶液中で,  $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-]$  が成立するとき, その溶液は中性である。純水は 25 °C において pH 7.0 であり, 水のうち電離した水の割合 (電離度) は極めて小さい。

水はイオン結晶を溶かすことができる。水分子は分極しているため, イオン結晶を構成している陽イオンと陰イオンとそれぞれ安定な水和した状態を作るからである。

- (1) アンモニアも自己プロトリススを起こす。反応式を記せ。
- (2) 25 °C における純水の電離度を求めよ。ただし, 水の分子量を 18 とせよ。
- (3) 100 °C における中性の水の pH は 5.6 である。100 °C における水のイオン積を求めよ。
- (4) ブレンステッドはプロトンのやり取りに基づいて酸, 塩基を定義した。ブレンステッドの定義に基づくと, 水は酸にも塩基にも分類されることを説明せよ。
- (5) 水分子の構造および分極は酸素原子の  $sp^3$  混成によって説明されている。オキソニウムイオン  $\text{H}_3\text{O}^+$  の構造を図示し, オキソニウムイオンは分極しているかいないかを答えよ。
- (6) 塩化リチウムの格子結合エネルギーは  $839 \text{ kJ mol}^{-1}$ , リチウムイオンと塩化物イオンの水和エネルギーはそれぞれ  $-536, -363 \text{ kJ mol}^{-1}$  である。塩化リチウムの溶解エンタルピーを求めよ。また, 塩化リチウムの溶解反応は吸熱反応か, 発熱反応かを答えよ。

(次ページに続く)



(問題4の続き)

問2 次の文章は、空気中の成分の濃度変化について説明したものである。これを読んで、以下の設問(1)～(7)に答えよ。

空気は、水蒸気を除くと、(ア)、(イ)、(ウ)の三種類の分子ないし原子がおよそ99.9%を占める。これらの成分は、対流圏や成層圏では互いの濃度比が大きく変化しない。それは、  
(A) これらの分子の存在量に比べ、ソースおよびシンクの寄与が小さいからである。高度がさらに増加すると、互いの濃度比は分子の分解により変化する。こうした分子の分解によって生成した原子は、(B) (エ)濃度が成層圏で極大を示す原因となっている。

濃度が1000 ppmV (0.1%)以下の気体成分のうち、ネオンは同じ希ガスである(ウ)との濃度比に変化が少ない。(オ)の濃度は特徴的な(C) 季節変化を示す。その季節変化は、図1に示すように(イ)の濃度の季節変化と逆位相になっている。

(オ)のシンクとしては生物によるものの他に、岩石の風化反応も重要である。岩石の風化により、例えば、(D) ソウ長石( $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$ )は(オ)と水と反応し、カオリナイト( $\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4$ )といくつかの水に溶解する成分を生成する。

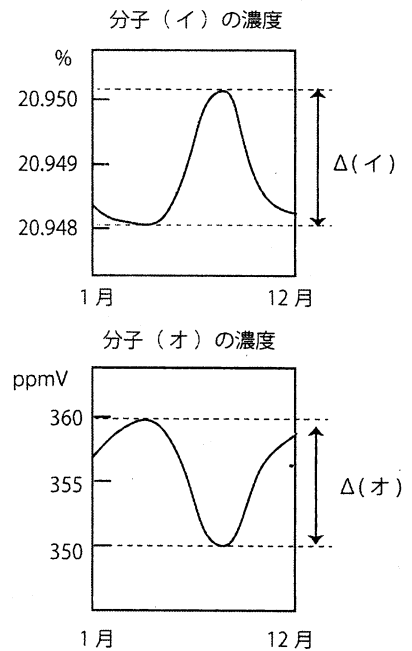


図1 1992年における北半球のある地点での空気中の成分の濃度の時間変化

- (1) (ア)～(オ)に入る気体を化学式で記せ。
- (2) 下線部(A)について、分子(ア)の代表的なソースとシンクを挙げよ。
- (3) 下線部(B)について、分子(エ)の生成反応を説明し、成層圏で分子(エ)の濃度が極大になる理由を説明せよ。
- (4) 下線部(C)について、分子(オ)の濃度が季節変動をもたらす原因を記せ。
- (5) 図1に基づき、分子(イ)と分子(オ)の濃度の変動幅の比 $[\Delta(\text{イ})/\Delta(\text{オ})]$ を求めよ。
- (6) 設問(5)で求めた変動幅の比が1より有意に大きい理由について説明せよ。
- (7) 下線部(D)について、ソウ長石の風化反応の化学式を完成せよ。

問題5 熱力学 (100点)

以下の問い (問1, 問2) に答えよ。

問1 ある仮想的な1成分物質の気化を考える。飽和蒸気圧曲線は、図1のようになる。この物質1モルの気相の状態方程式は、理想気体の状態方程式

$$PV_G = RT$$

に従う。ここで、 $P$ は圧力、 $V_G$ は気相のモル体積、 $R$ は気体定数、 $T$ は温度である。液相の状態方程式は、

$$PV_L = AT$$

に従う。ここで、 $V_L$ は液相のモル体積である。 $A$ は定数で、 $0 < A < R$ である。以下の設問(1)~(5)に答えよ。

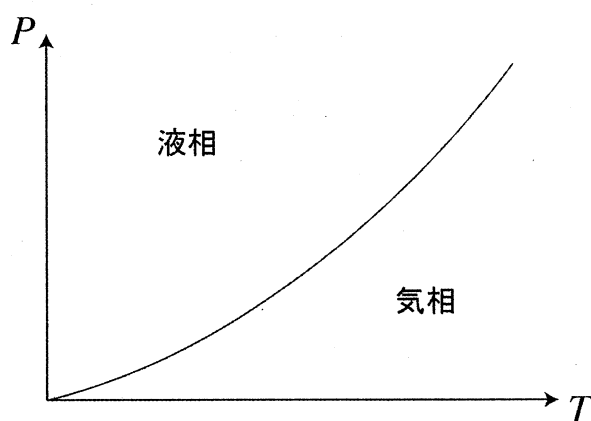


図1

- (1) 一般に、飽和蒸気圧曲線上では、温度と圧力は次の Clausius-Clapeyron の式に従う。

$$\frac{dP}{dT} = \frac{S_G - S_L}{V_G - V_L}$$

ここで、 $S_G$ は気相のモルエントロピー、 $S_L$ は液相のモルエントロピーである。Clausius-Clapeyron の式を導出せよ。

- (2) Clausius-Clapeyron の式に基づき、 $P - T$ 空間で飽和蒸気圧曲線の傾きが正であることの理由を説明せよ。
- (3) この物質では、臨界点が存在しないことを示せ。
- (4)  $P - T$ 空間で飽和蒸気圧曲線が図1のように下に凸となる条件を導け。ただし、 $S_G - S_L$ は温度と圧力に依らず一定とする。
- (5) この物質の分子量が18 g、気化熱が100℃で約540 cal/gと仮定したとき、これらの数値を用いて、設問(4)で導いた条件が満たされることを示せ。ただし、熱の仕事当量を4.2 J/calとする。

(次ページに続く)

(問題5の続き)

問2 1モルの理想気体からなるカルノーサイクルを考える(図2)。以下の設問(1)~(5)に答えよ。 $V$ はモル体積,  $P$ は圧力,  $T$ は温度,  $Q_1$ は高温熱源から吸収する熱量,  $Q_2$ は低温熱源に放出する熱量とする。解答では, 適宜図中の記号も用いてよい。

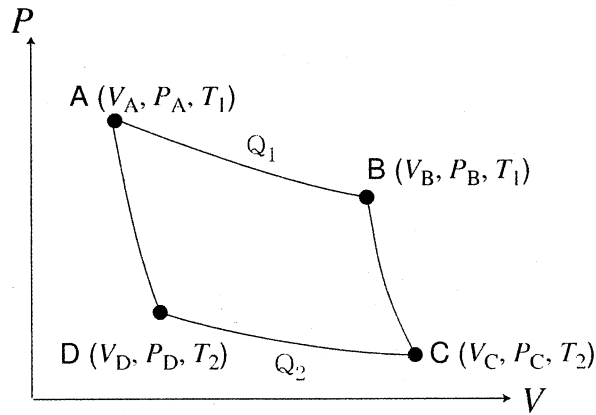


図2

- (1) 等温過程A-Bにおいて, カルノーサイクルが外界に対して行った仕事  $W_{AB}$  を計算せよ。
- (2) 断熱過程における圧力と温度の関係は, 一般に,

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_S = \frac{C_P}{VT\alpha_P}$$

と与えられる。ここで,  $C_P$ は等圧モル比熱で一定とする。 $\alpha_P$ は熱膨張率である。理想気体の場合について  $\alpha_P$ をその定義に基づき計算し, それを用いて断熱過程における圧力と体積の関係を導出せよ。

- (3) 前問で導出した圧力と体積の関係をを用いて, 断熱過程B-Cにおいて, カルノーサイクルが外界に対して行った仕事  $W_{BC}$ を計算せよ。
- (4) カルノーサイクルが1サイクルの間に外界に対してなす仕事  $W$ の効率  $\eta$ は, 高温熱源から吸収する熱量  $Q_1$ に対してカルノーサイクルが外界に対して行った仕事の比  $\eta = W/Q_1$ で定義される。 $W$ と  $Q_1$ を計算し, カルノーサイクルの効率が

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (a)$$

となることを示せ。

- (5) 熱力学第1法則及び式(a)を考慮して, カルノーサイクル1サイクルにおいてはエントロピーが保存されることを示せ。

## 問題6 力学 (100点)

以下の文章を読んで問い(問1, 問2)に答えよ。計算の途中経過も書くこと。

次ページの図1のように、水平方向右向きを $x$ 軸正方向とし、鉛直方向上向きを $z$ 軸正方向とする。関数 $z = ax^2$ で表わされる放物線の形状を持った摩擦のない床の上を運動する質点を考えよう。質点の運動は $x-z$ 平面内であり、また $x=0$ (点 $O$ )周辺の非常に小さな領域に限られるため、質点の $z$ 方向の変位は $x$ 方向の変位と比べて充分小さいと考えてよい。 $a$ は正の定数とし、重力加速度の大きさを $g$ とする。

問1 設問(1)～(4)に答えよ。

- (1) 質量 $m$ を持つ質点の $x$ 方向の運動は単振動と考えることができ、時刻 $t$ におけるこの質点の $x$ 座標 $x(t)$ に関する微分方程式は以下の式に書ける。

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

この単振動の角振動数 $\omega$ を $a, m, g$ のうち必要なものを用いて表わせ。

- (2) この質点を $x=L$ に置き、時刻 $t=0$ に静かに離す。この場合について、設問(1)の微分方程式を解いて $x(t)$ を求めよ。解答には $\omega$ を用いてよい。

- (3) 同じ質点を点 $O$ ( $x=0$ )に置き、時刻 $t=0$ に速度の $x$ 成分 $v_0$ を与える。

この場合の $x(t)$ を求めよ。解答には $\omega$ を用いてよい。

- (4)  $x=L$ に置いた質量 $m$ の質点1を時刻 $t=0$ において静かに離す。また同じ質量 $m$ を持つもう一つの質点2に、時刻 $t=0$ において $x=0$ で速度の $x$ 成分 $v_0$ を与える。この質点1と2が最初に衝突する点の $x$ 座標を答えよ。た

だし、 $L > 0$  かつ  $v_0 > 0$  であり、さらに  $v_0 = \omega L$  という関係があるとする。

( 次ページに続く )

( 問題6の続き )

**問2** 図1の床の上を質量 $m$ の質点が $x=x_1$ から $x=x_2$ まで移動するとする。設問(1), (2)に答えよ。

(1) 重力がこの質点にする仕事を求めよ。

(2) 床がこの質点にする仕事を求めよ。

**問3** 設問(1), (2)に答えよ。

(1) 図1の床の上に質量が $m$ と $M$ の二つの質点をそれぞれ $x=cL$ と $x=-L$ に置き, 時刻 $t=0$ において静かに離し運動を開始させる。二つの質点はその後衝突し, 質量 $m$ の質点が静止したとする。衝突直前における質量 $m$ の質点と質量 $M$ の質点の速度の $x$ 成分を $v$ 及び $V$ と書く時, 比 $v/V$ を $c$ を用いて表わせ。ただし $L$ と $c$ は正の定数であるとする。

(2) 衝突時に質量 $M$ の質点が質量 $m$ の質点から受ける力積の $x$ 成分を求めよ。

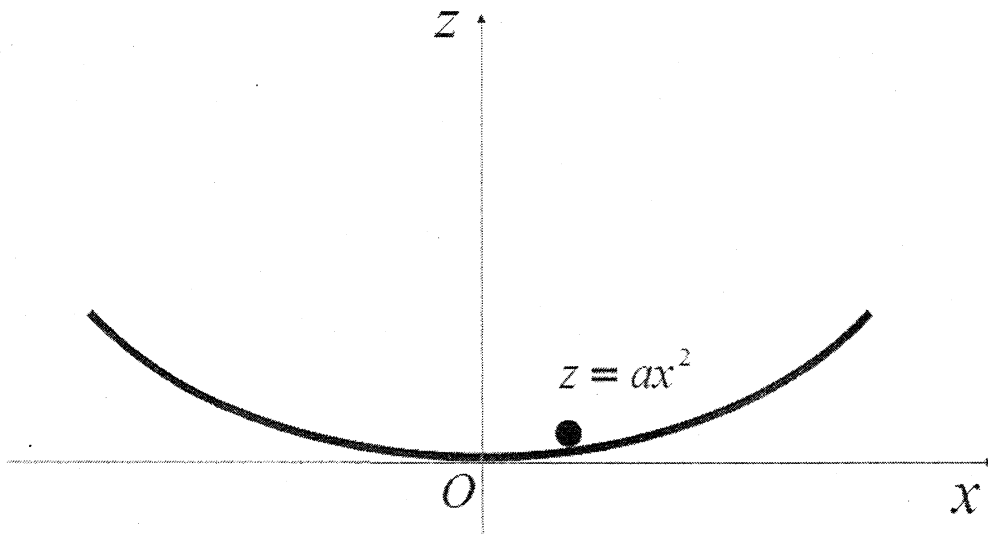


図1

## 問題7 電磁気学 (100点)

以下の問い (問1～問4) に答えよ。

問1 球対称な電荷密度  $\rho(r)$  が

$$(1) \quad 0 \leq r < \frac{a}{2} \quad \text{で} \quad \rho = b$$

$$(2) \quad \frac{a}{2} \leq r \leq a \quad \text{で} \quad \rho = \frac{ab}{2r}$$

$$(3) \quad r > a \quad \text{で} \quad \rho = 0$$

で分布している。ここに  $b$  は定数,  $r$  は原点からの距離, とする。このとき, 電場についてのガウスの法則の積分形を用いて, 上記領域 (1), (2), (3) での電場の動径成分  $E(r)$  を求めよ。ただし真空中の誘電率は  $\epsilon_0$  とする。

問2 真空中のマクスウェル方程式を微分形で表すと以下の4式になる。

(a) 電場についてのガウスの法則 (ア)

(b) 磁場についてのガウスの法則 (イ)

(c) ファラデーの電磁誘導の法則  $\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0}$

(d) アンペール-マクスウェルの法則  $\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{j}$

(ア) に入る式, (イ) に入る式, を答えよ。

( 次ページに続く )

( 問題7の続き )

問3 問2の (c) ファラデーの電磁誘導の法則, (d) アンペール・マクスウェルの法則から, 以下の設問 (1) ~ (4) を順番に解くことで真空中の電磁波の磁束密度  $\mathbf{B}$  が満たす方程式 (波動方程式) を求め, またそれを満たす電磁波の速度を求めよ。

- (1) まず  $\mathbf{j} = 0$  とせよ。そして, (d) の式全体の回転をとり, その結果をラプラシアン  $\Delta$  を用いた式で記せ。
- (2) 設問 (1) の結果には電場  $\mathbf{E}$  の回転の項が含まれている。それに, (c) の式中の  $\mathbf{E}$  の回転の項を代入すると, 磁束密度  $\mathbf{B}$  と光速  $c$  を含む (電場  $\mathbf{E}$  は含まない) 式 (波動方程式) が得られる。その式を記せ。
- (3) 電磁波の磁束密度  $\mathbf{B}$  を表す式は  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \sin(kx - \omega t)$  であるとする。ただしここに  $\mathbf{B}_0$  は定数ベクトル,  $x$  は  $x$  座標,  $t$  は時間,  $k$  は波の波数 (定数),  $\omega$  は波の角周波数 (定数) である。これを設問 (2) で導出した式に代入して得られる式を記せ。
- (4) 設問 (3) で導出した式が常に成り立つための条件から, 電磁波の位相速度を求めよ。

問4 以下の設問 (1) ~ (3) に答えよ。

- (1) 磁場の中で運動する荷電粒子には磁場に垂直で粒子の運動方向に垂直な力が働く。この力を何と呼ぶか答えよ。
- (2) 一様な磁束密度  $\mathbf{B}$  (その大きさを  $B = |\mathbf{B}|$  とする) の中の質量  $m$ , 電荷  $q$ , 速度  $\mathbf{v}$  ( $\mathbf{B}$  に垂直とする) の荷電粒子は, 運動方向に垂直な力を受けるので, 速さ  $v = |\mathbf{v}|$  を保ったまま円軌道を描いて運動する。その垂直な力による向心力と円運動の遠心力のつり合いから, その円軌道の半径  $R$ , 円運動の角振動数  $\omega$ , を求めよ。
- (3) 設問 (1) の力の作用により設問 (2) のように円状に旋回 (gyration) する運動は一般に (A) 運動と呼ばれる。この (A) に入る語句を答えよ。

問題8 物理数学 (100点)

以下の問い (問1～問5) に答えよ。解答用紙には計算の途中経過も書くこと。

問1 変数  $x, y, z$  の間に, 関数関係  $z = F(x, y)$  が存在するとき, 以下の式が成り立つことを示せ。

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

問2 3次元直交直線座標系  $(x, y, z)$  のスカラー関数  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$  について設問 (1)～(3) に答えよ。ただし,  $x^2 + y^2 + z^2 \neq 0$  とする。

- (1)  $\nabla f$  を計算せよ。
- (2)  $\nabla \cdot (\nabla f)$  を計算せよ。
- (3)  $\nabla \times (\nabla f)$  を計算せよ。

問3 次の行列について設問 (1)～(4) に答えよ。

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- (1) 固有値を求めよ。
- (2) 対応する大きさ1の固有ベクトルを求めよ。
- (3) 行列を対角化せよ。
- (4) 逆行列の固有値を求めよ。

問4 次の常微分方程式が完全形であることを示し, その一般解を求めよ。

$$(y^2 e^x + x e^{-y}) dx + \left( 2y e^x - \frac{1}{2} x^2 e^{-y} \right) dy = 0$$

問5 次の周期  $2\pi$  の関数  $f(x)$  をフーリエ級数で表せ。

$$f(x) = |\sin x| \quad (-\pi < x \leq \pi)$$